

Ronnawan Juniarmoko, M.Si.

MATEMATIKA EKONOMI BISNIS DAN KEUANGAN



**Fakultas Ekonomi dan Bisnis Islam
UIN Raden Mas Said Surakarta**

MATEMATIKA EKONOMI, BISNIS DAN KEUANGAN

Ronnawan Juniatmoko © Penulis 2021

Hak cipta dilindungi oleh undang-undang. Dilarang mengutip atau memperbanyak sebagian Atau seluruh buku ini Tanpa seijin tertulis dari penerbit.

MATEMATIKA EKONOMI, BISNIS DAN KEUANGAN/
Ronnawan Juniatmoko
—cet.1.—Yogyakarta: Gerbang Media, 2021 viii + 122 hal.
15,5 x 23 cm

ISBN:978-623-6666-32-6

Cetakan 1 Agustus 2021

Penerbit:

CV Gerbang Media Aksara (Anggota IKAPI)

Bekerjasama dengan Fakultas Ekonomi dan Bisnis Islam

UIN Raden Mas Said Surakarta

Alamat. Jl sampangan No 58A, Rt 01 Banguntapan, Bantul,
Yogyakarta Telp. (0274) 4353651

Kata Pengantar

Segala puji dan syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmatNya. Berkat karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan buku dasar yang berjudul “Matematika Ekonomi, Bisnis dan Keuangan”. Buku dasar ini disusun sebagai usaha untuk meningkatkan mutu lulusan mahasiswa Akuntansi Syariah dan menjawab kebingungan mahasiswa dalam memahami buku teks lain. Buku dasar ini berisikan materi matematika dan penerapan terhadap ekonomi. Adapun struktur pokok buku dasar ini terdiri dari tujuan pembelajaran, penyajian materi, dan soal latihan.

Tujuan pembelajaran untuk mengetahui arah atau tujuan mempelajari materi tertentu. Penyajian materi untuk pemberian informasi. Soal latihan untuk menguji kemampuan mahasiswa.

Penulis sadar bahwa buku dasar ini masih terdapat kekurangan, baik isi maupun tulisan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak sangat penulis harapkan. Semoga hasil penulisan buku dasar ini bermanfaat dan dapat memberikan kontribusi bagi pengembangan ilmu pengetahuan.

Sukoharjo, Agustus 2021

Penulis

Ronnawan Juniarmoko

Daftar Isi

Kata Pengantar	i
Daftar Isi	iv
BAB I	
HIMPUNAN DAN SISTEM BILANGAN	1
1. Penyajian Materi.....	1
2. Rangkuman	25
3. Soal Latihan	27
BAB II	
DERET UKUR DAN DERET HITUNG.....	29
1. Penyajian Materi.....	29
2. Rangkuman	39
3. Soal Latihan	39
BAB III	
PENERAPAN DERET UKUR DAN DERET HITUNG.....	41
1. Penyajian Materi.....	41
2. Rangkuman	44
3. Latihan soal.....	45
BAB IV	
FUNGSI LINIER	47
1. Penyajian Materi.....	47
2. Rangkuman	66
3. Soal Latihan	67
BAB V	
FUNGSI LINIER DALAM EKONOMI	68
1. Penyajian Materi.....	68
2. Rangkuman	86
3. Soal Latihan	86

BAB VI

FUNGSI NON LINIER DAN PENERAPAN DALAM

BIDANG EKONOMI	88
1. Penyajian Materi.....	88
2. Rangkuman	101
3. Soal Latihan	102

BAB VII

DIFERENSIAL FUNGSI SEDERHANA DAN PENERAPAN

DALAM EKONOMI.....	103
1. Penyajian Materi.....	103
2. Rangkuman	115
3. Soal Latihan	115
Daftar Pustaka.....	117
Profil Penulis	119

HIMPUNAN DAN SISTEM BILANGAN

1. Penyajian Materi

Himpunan adalah bagian dari matematika yang bahannya pernah anda pelajari. Materi tersebut akan dibahas sehingga anda menjadi lebih memahami konsep himpunan. Selain himpunan, bab ini juga berisi penjelasan-penjelasan tentang sistem bilangan riil. Dalam kehidupan sehari-hari kita banyak menjumpai pekerjaan yang berkaitan dengan penggunaan himpunan dan bilangan riil sehingga pendalaman terhadap materi ini bukanlah pekerjaan yang sia-sia. Di dalam matematika, himpunan merupakan dasar dan landasan-landasan dari konsep-konsep lainnya seperti relasi dan fungsi. Selain itu juga melandasi cabang ilmu lainnya seperti statistika, khususnya untuk masalah probabilitas.

Dengan mempelajari bab ini, secara umum Anda diharapkan mampu untuk memahami himpunan serta operasi-operasinya dan mampu untuk memahami sistem bilangan riil. Setelah selesai mempelajari bab ini, secara khusus Anda diharapkan dapat:

- a. mendiskripsikan dan mengidentifikasi suatu himpunan.
- b. menyajikan dan membandingkan beberapa himpunan.
- c. menunjukkan hasil operasi beberapa himpunan.
- d. mendiskripsikan sistem bilangan riil.
- e. menjelaskan jenis-jenis bilangan riil dan kaitannya dengan himpunan untuk bilangan riil tersebut.
- f. mencari himpunan penyelesaian suatu pertidaksamaan.

A. Himpunan

Suatu kumpulan atau gugusan dari sejumlah objek, dengan kata lain dapat diartikan sebagai suatu kumpulan benda atau objek yang dapat didefinisikan dengan jelas. Benda-benda yang dimaksud di sini dapat berupa bilangan, huruf, nama orang, nama kota dan sebagainya. Daftar kumpulan benda-benda yang mempunyai sifat-sifat tertentu itu, disebut **himpunan**. Benda yang terdapat dalam suatu himpunan disebut unsur, atau sering juga disebut elemen atau anggota. Untuk selanjutnya, dari ketiga istilah di atas, kita akan menggunakan istilah **anggota** untuk benda-benda yang terdapat pada suatu himpunan. Suatu himpunan, umumnya ditulis dengan huruf besar, seperti:

$A, B, C, D, X, Y, \dots$

dan benda-benda yang menjadi anggota suatu himpunan, umumnya ditulis dengan huruf kecil, seperti:

$a, b, c, d, x, y, \dots$

Bagaimana cara menulis suatu himpunan? Suatu himpunan ditulis dengan cara menulis anggota-anggotanya di antara tanda kurawal **{}**. Anggota yang satu dipisahkan dari anggota lainnya oleh tanda koma. Penulisan dengan menggunakan cara seperti itu disebut penulisan **cara daftar**.

Contoh 1:

Jika A merupakan suatu himpunan yang anggotanya adalah nama buah-buahan, seperti salak, nanas, pisang, mangga, jambu, maka himpunan A ditulis:

$A = \{\text{salak, nanas, pisang, mangga, jambu}\}$

Suatu himpunan dapat disajikan dengan cara yang lain, yaitu dengan **cara kaidah**. Penyajian dengan cara kaidah dapat

dilakukan dengan menyebutkan karakteristik tertentu dari benda-benda yang menjadi anggota himpunan tersebut.

Contoh 2:

Himpunan B yang beranggotakan x sedemikian rupa sehingga x adalah bilangan genap, dapat ditulis:

$$B = \{x \mid x = \text{bilangan genap}\}$$

Perlu diperhatikan bahwa garis tegak "|" yang dicetak di antara dua tanda kurung kurawal dapat dibaca sebagai "*sedemikian rupa sehingga*".

Contoh 3:

Himpunan C adalah himpunan penyelesaian persamaan $x^2 + 3x + 2 = 0$ dan dapat ditulis:

$$C = \{x \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$$

dan dibaca: "*Himpunan C yang beranggotakan x sedemikian rupa sehingga x adalah himpunan penyelesaian persamaan $x^2 + 3x + 2 = 0$* ". Untuk memperjelas cara penulisan suatu himpunan, baik dengan cara daftar atau dengan cara kaidah, maka berikut ini disajikan beberapa contoh lainnya.

Contoh 4:

Himpunan bilangan ganjil positif yang lebih kecil dari 10, dapat ditulis:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ atau } A = \{x \mid x = \text{bilangan ganjil positif} < 10\}.$$

Contoh 5:

Himpunan huruf-huruf hidup:

$$B = \{a, e, i, o, u\} \text{ atau } B = \{y \mid y = \text{huruf hidup}\}$$

Contoh 6:

Himpunan merek beberapa mobil Jepang. $C = \{\text{Mazda, Honda, Suzuki, Toyota, Datsun}\}$ atau $C = \{Z \mid Z = \text{merek beberapa mobil Jepang}\}$

Contoh 7:

Himpunan beberapa nama buah-buahan:

$D = \{\text{Papaya, Mangga, Pisang, Jambu}\}$ atau $D = \{x \mid x = \text{nama beberapa buah-buahan}\}$.

Suatu benda yang merupakan anggota suatu himpunan A dapat ditulis $x \in A$ dan dibaca " x adalah anggota himpunan A ". Suatu benda yang tidak merupakan anggota dari himpunan A atau sebaliknya yaitu himpunan A tidak mengandung anggota x , dapat ditulis menjadi $x \notin A$

Contoh 8:

Jika $A = \{a, b, c, d\}$, maka $a \in A$, $b \in A$ dan $e \notin A$

Contoh 9:

Jika $A = \{x \mid x = \text{bilangan genap}\}$, maka $1 \notin A$, $2 \in A$, $3 \notin A$, $4 \in A$.

Himpunan A dikatakan sama dengan himpunan B , jika keduanya mempunyai anggota yang sama. Anggota yang dimiliki himpunan A juga dimiliki oleh himpunan B dan sebaliknya, anggota himpunan B juga menjadi anggota himpunan A . Persamaan antara himpunan A dan himpunan B ini dapat ditunjukkan oleh $A = B$.

Contoh 10:

Jika $A = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{7, 1, 5, 3\}$, maka $A = B$ karena $\{1, 3, 5, 7\} = \{7, 1, 5, 3\}$

dan setiap anggota yaitu 1, 3, 5, 7 yang dimiliki himpunan A juga dimiliki oleh himpunan B dan setiap anggota yaitu 7, 1, 5, 3 yang dimiliki himpunan B juga dimiliki oleh himpunan A.

Perlu diperhatikan, **himpunan tidak berubah nilainya meskipun susunan anggotanya berbeda.**

Contoh 11:

Jika $X = \{9, 10, 9, 11\}$ dan $Y = \{11, 9, 10, 11\}$ maka $X = Y$ karena $\{9, 10, 9, 11\} = \{11, 9, 10, 11\}$ dan setiap anggota yang dimiliki Y juga dimiliki oleh X. Suatu himpunan tidak akan berubah nilainya, bila anggota yang sama dihilangkan. Jadi himpunan $\{9, 10, 11\}$ nilainya sama dengan himpunan X dan Y.

Dapat terjadi bahwa suatu himpunan tidak mempunyai anggota sama sekali. Himpunan yang demikian disebut **himpunan kosong** dan diberi lambang $\emptyset$.

Contoh 12:

Misalkan A adalah suatu himpunan manusia yang tinggal di bulan. Karena sampai saat ini bulan tidak dihuni oleh manusia, maka A adalah himpunan kosong dan ditulis $A = \emptyset$.

Contoh 13:

Misalkan $B = \{x \mid x = \text{Profesor yang berumur 200 tahun}\}$. Karena menurut statistik, sampai saat ini tidak ada Profesor yang berumur sampai 200 tahun, maka B adalah himpunan kosong atau $B = \emptyset$.

1) Hubungan antar himpunan

Setiap anggota suatu himpunan bisa menjadi anggota himpunan yang lain. Misalnya, setiap anggota himpunan A juga menjadi anggota himpunan B maka himpunan A disebut sebagai himpunan bagian sejati dari himpunan B dan ditulis $A \subset B$.

$\subset B$ dan dibaca "A adalah himpunan bagian sejati dari himpunan B, atau A terkandung oleh B". Penulisan cara lain dari himpunan A yang menjadi himpunan bagian sejati himpunan B adalah $B \supset A$ dan dibaca "B mengandung A". Jika A tidak merupakan himpunan bagian dari B maka hubungan tersebut dapat ditulis $A \not\subset B$.

Contoh 1:

$C = \{1, 2, 3\}$ merupakan himpunan bagian sejati dari $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ karena anggota himpunan C, yaitu angka 1, 2, dan 3 juga merupakan anggota himpunan A dan ditulis $C \subset A$ atau $A \supset C$.

Contoh 2:

$D = \{a, c, e\}$ merupakan himpunan bagian sejati dari $E = \{f, e, d, c, b, a\}$ karena huruf a, c, dan e merupakan anggota himpunan D dan juga merupakan anggota himpunan E. Perhatikan bahwa A merupakan himpunan bagian dari B ditunjukkan oleh lambang $A \subset B$ atau $B \supset A$. Di sini himpunan A tidak sama dengan himpunan B atau $A \neq B$ karena bila $A = B$ maka A akan merupakan himpunan bagian sejati dari B dan sebaliknya, himpunan B juga merupakan himpunan bagian sejati dari himpunan A, peristiwa tersebut dapat ditunjukkan dengan lambang: $A \subseteq B$ atau $B \supseteq A$.

Contoh 3:

Bila $X = \{a, b, c\}$ dan $Y = \{b, c, a\}$, maka $X = Y$. X merupakan himpunan bagian sejati dari Y dan sebaliknya, Y merupakan himpunan bagian sejati dari himpunan X, atau ditulis $X \subseteq Y$ atau $Y \supseteq X$.

Himpunan kosong, yaitu himpunan yang tidak mempunyai anggota, merupakan himpunan bagian dari setiap himpunan, atau dengan perkataan lain, setiap himpunan selalu

mengandung himpunan kosong. Lalu dapatkan kita menghitung berapa banyak himpunan bagian yang dimiliki oleh suatu himpunan jika jumlah anggotanya tertentu? Untuk itu, coba kita lihat himpunan $A = \{3\}$.

Himpunan ini hanya memiliki satu anggota, yaitu angka 3. Himpunan bagian yang dimiliki oleh himpunan A adalah sembarang himpunan yang beranggotakan angka 3, misalnya $P = \{3\}$, dan sembarang himpunan kosong misalnya $K = \emptyset$. Jadi jumlah himpunan bagian yang dimiliki cacahnya ada 2.

Sekarang, kalau himpunan yang akan dicari jumlah himpunan bagiannya adalah $Q = \{a, b\}$ maka himpunan bagian sejatinya adalah $A = \{a\}$, $B = \{b\}$, $C = \{a, b\}$ dan $D = \emptyset$. Jadi jumlah himpunan bagian yang dimiliki oleh himpunan $Q = \{a, b\}$ cacahnya ada 4 himpunan.

Untuk mengetahui secara cepat jumlah himpunan bagian sejati yang dimiliki oleh suatu himpunan yang memiliki n anggota dapat dengan menggunakan rumus: 2^n .

Contoh 4:

Jumlah himpunan bagian yang dimiliki oleh $A = \{3\}$ adalah $2^1 = 2$, yaitu $P = \{3\}$ dan $K = \emptyset$.

Contoh 5:

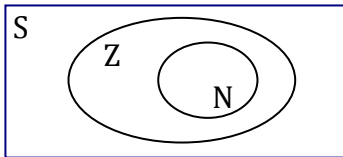
Jumlah himpunan bagian yang dimiliki oleh $Q = \{a, b\}$ adalah $2^2 = 4$, yaitu $A = \{a\}$; $B = \{b\}$; $C = \{a, b\}$; $D = \emptyset$. Himpunan yang dibicarakan umumnya merupakan himpunan bagian sejati dari suatu himpunan yang memuat seluruh anggota. Himpunan itu disebut himpunan semesta dan dilambangkan dengan $\cup$.

Contoh 6:

Berbicara mengenai abjad maka himpunan semesta adalah himpunan semua abjad, yaitu a sampai z.

Suatu cara yang sederhana untuk menggambarkan hubungan antara himpunan yang satu dengan himpunan yang lain, adalah dengan memakai diagram Venn-Euler atau sering disingkat dengan nama diagram Venn. Suatu himpunan ditunjukkan oleh luas suatu bidang datar yang dapat berbentuk luas suatu lingkaran atau luas empat persegi panjang. Diagram Venn biasa digunakan untuk menggambarkan himpunan dan hubungan antar himpunan. Anggota dari setiap himpunan ditempatkan dalam sebuah bentuk tertutup, biasanya lingkaran.

Contoh 7:



S = himpunan bilangan riil.

Z = himpunan bilangan bulat.

N = himpunan bilangan asli.

Contoh 8:

Buatlah diagram Venn dari himpunan-himpunan berikut ini $S = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ dan $A = \{4,5\}$, dan $R = \{1,3,6\}$

Jawab

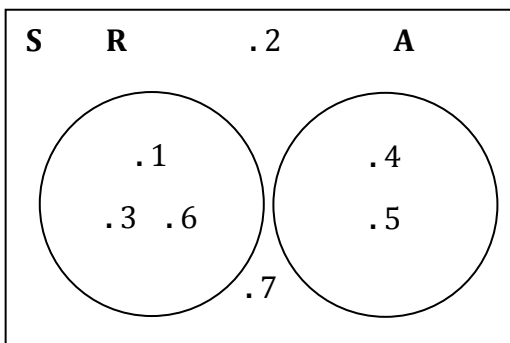


Diagram untuk himpunan S , A , R adalah seperti pada gambar disamping. Anggota A dan anggota R tidak ada yang sama,

maka diagram untuk A dan R terpisah. Cara lain yang dapat digunakan untuk menggambarkan hubungan antara himpunan yang satu dengan yang lain adalah menggunakan diagram garis.

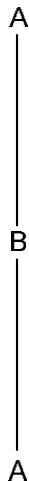
Contoh 9:

Untuk menyajikan bahwa $A \subset B$ maka dapat ditulis B yang ditempatkan di atas A dan keduanya dihubungkan dengan garis lurus.



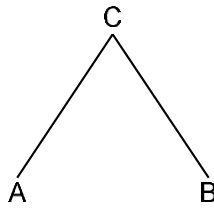
Contoh 10:

Jika $A \subset B$ dan $B \subset C$ maka diagram garisnya adalah:



Contoh 11:

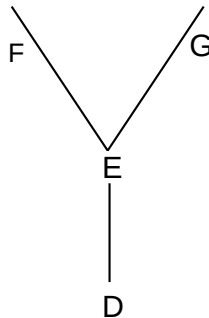
Jika $A = \{a\}$, $B = \{b\}$ dan $C = \{a, b\}$ maka diagram garis dari A,



B, dan C adalah:

Contoh 12:

Jika $D = \{d\}$, $E = \{d, e\}$, $F = \{d, e, f\}$ serta $G = \{d, e, g\}$ maka diagram garis dari D, E, F, dan G adalah:



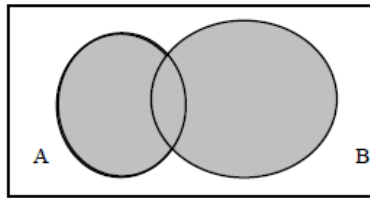
2) Operasi himpunan

Pekerjaan seperti menjumlah, mengurangi, mengali, dan membagi suatu bilangan adalah operasi aritmatika. Himpunan meskipun berbeda dengan bilangan dapat juga dioperasikan secara aritmatika. Operasi yang dapat dilakukan adalah gabungan, irisan, selisih, dan komplemen.

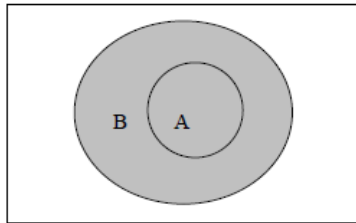
Gabungan (union) dari himpunan A dan himpunan B merupakan suatu himpunan yang anggota-anggotanya adalah anggota himpunan A atau anggota himpunan B atau keduanya. Gabungan himpunan A dan himpunan B ini dilukiskan dengan lambang $A \cup B$ dan dibaca "*gabungan himpunan A dan B*".

Contoh 1:

Pada diagram Venn berikut, $A \cup B$ adalah luas A dan luas B yang diarsir.

**Contoh 2:**

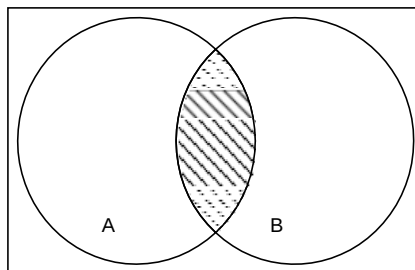
Misalkan $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ maka $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$.



Irisan (interseksi) dari himpunan A dan himpunan B adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya merupakan anggota himpunan A, tetapi juga merupakan anggota himpunan B. Irisan dari himpunan A dan himpunan B dilukiskan dengan lambang $A \cap B$.

Contoh 3:

Pada diagram Venn berikut, $A \cap B$ adalah bagian luas A yang juga menjadi bagian luas B dan ditunjukkan dalam gambar sebagai bagian luas yang diarsir.



Misalkan $A = \{a, b, c, d\}$ dan $B = \{c, d, e, f, g\}$ maka $A \cap B = \{c, d\}$

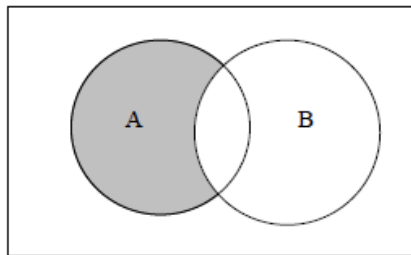
Contoh 5:

Misalkan $A = \{1, 3, 5\}$ dan $B = \{7, 3, 5, 6, 8\}$ maka $A \cap B = \{3, 5\}$

Selisih antara himpunan A dan himpunan B adalah himpunan yang anggota-anggotanya merupakan anggota himpunan A, tetapi bukan anggota himpunan B.

Contoh 6:

Pada diagram Venn berikut, $A - B$ adalah bagian A yang tidak menjadi bagian luas B dan dalam gambar ditunjukkan oleh bagian yang diarsir.

**Contoh 7:**

Misalkan $A = \{12, 14, 16, 13, 15\}$ dan $B = \{9, 10, 12, 13\}$ maka $A - B = \{14, 15, 16\}$

Contoh 8:

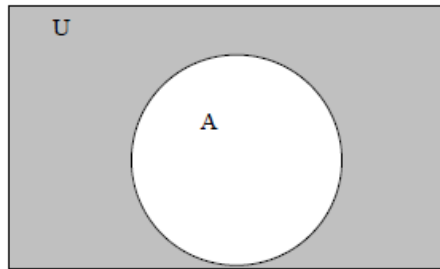
Misalkan $P = \{a, b, c, d\}$ dan $Q = \{a, b, e, f\}$ maka $P - Q = \{c, d\}$.

Komplemen dari himpunan A adalah himpunan yang anggotanya merupakan selisih antara himpunan semesta U dan himpunan A. Komplemen dari himpunan A ditulis A' .

Contoh 9:

Pada diagram Venn berikut, komplemen dari himpunan A adalah bagian luas yang tidak termasuk bagian luas A dan dalam diagram dilukiskan sebagai bagian luas yang diarsir.

Anggapan yang digunakan di sini adalah himpunan semesta U merupakan luas segi empat panjang.



Contoh 10:

Misalkan himpunan semesta U anggotanya adalah bilangan 1 sampai 100 dan $A = \{1, 2, 3\}$, maka $A' = \{4, 5, 6, \dots, 99, 100\}$.

B. Sistem Bilangan

Sistem bilangan (number system) adalah suatu cara untuk mewakili besaran dari suatu item fisik. Basis yang dipergunakan masing-masing sistem bilangan tergantung dari jumlah nilai bilangan yang digunakan, yaitu :

1. Sistem bilangan desimal dengan basis 10 (*deca* artinya 10) yang menggunakan 10 macam simbol bilangan.
2. Sistem bilangan binari dengan basis 2 (*binary* artinya 2) yang menggunakan 2 macam simbol bilangan
3. Sistem bilangan oktal dengan basis 8 (*octal* artinya 8) yang menggunakan 8 macam simbol bilangan.
4. Sistem bilangan heksadesimal dengan basis 16 (*hexa* artinya 16) yang menggunakan 16 macam simbol bilangan.

1) Sistem bilangan desimal

Sistem bilangan ini menggunakan 10 macam simbol bilangan berbentuk 10 digit angka yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 dan 9. Sistem bilangan desimal menggunakan basis 10. Bentuk nilai suatu bilangan desimal dapat berupa integer desimal (decimal integer) atau pecahan desimal (decimal fraction).

Integer decimal adalah nilai desimal yang bulat, misalnya nilai 8598 dapat diartikan sebagai:

$8 \times 10^3 = 8000$
 $5 \times 10^2 = 500$
 $9 \times 10^1 = 90$
 $8 \times 10^0 = \underline{8} +$

8598

Absolute Value

Position Value

Absolut Value merupakan nilai mutlak dari masing-masing digit di bilangan, sedangkan *Position Value* (nilai posisi) adalah penimbang atau bobot dari masing-masing digit tergantung letak posisinya yaitu bernilai basis dipangkatkan dengan urutan posisinya.

POSISI DIGIT (DARI KANAN)	POSITION VALUE
1	$10^0 = 1$
2	$10^1 = 10$
3	$10^2 = 100$
4	$10^3 = 1000$
5	$10^4 = 10000$

Sehingga nilai 8559 dapat juga diartikan sebagai $(8 \times 1000) + (5 \times 100) + (5 \times 10) + (9 \times 1) = 8559$.

Decimal fraction adalah nilai desimal yang mengandung nilai pecahan dibelakang koma, misalnya 183,75 dapat diartikan sebagai :

$1 \times 10^2 = 100$
 $8 \times 10^1 = 80$
 $3 \times 10^0 = 3$

$$7 \times 10^{-1} = 0,7$$

$$5 \times 10^{-2} = \underline{0,05} +$$

$$183,75$$

Baik integer desimal maupun decimal fraction dapat ditulis dalam bentuk eksponensial. Misalnya nilai 82,15 dapat ditulis 0.8215×10^2 . Setiap nilai desimal yang bukan nol dapat dituliskan dalam bentuk eksponensial standar, yaitu ditulis dengan *mantissa* dan *exponent*. Mantissa merupakan nilai pecahan yang digit pertama dibelakang koma bukan bernilai nol, misalnya :

NILAI DESIMAL	STANDARD EXPONENSIAL FORM	MANTISSA	EXPONENT
123,4	$0,1234 \times 10^3$	0,1234	3
12,34	$0,1234 \times 10^2$	0,1234	2
1,234	$0,1234 \times 10^1$	0,1234	1
0,1234	$0,1234 \times 10^0$	0,1234	0
0,01234	$0,1234 \times 10^{-1}$	0,1234	-1
-1,234	$-0,1234 \times 10^1$	-0,1234	1

Penulisan bentuk di atas disebut juga dengan nama *floating-point number*.

2) Sistem bilangan binari

Sistem bilangan binari menggunakan 2 macam simbol yaitu 0 dan 1. Sistem ini menggunakan basis 2. Position value sistem bilangan binari merupakan perpangkatan dari nilai 2 yaitu :

POSISI DIGIT (DARI KANAN)	POSITION VALUE
1	$2^0 = 1$
2	$2^1 = 2$
3	$2^2 = 4$
4	$2^3 = 8$
5	$2^4 = 16$

Sehingga bilangan binari 1001 dapat juga dihitung dalam bentuk bilangan desimal menjadi $(1 \times 8) + (0 \times 4) + (0 \times 2) + (1 \times 1) = 9$.

3) Bilangan kompleks

Dalam mencacah atau menghitung, mula-mula manusia menggunakan bilangan alam atau bilangan bulat positif, yaitu 1, 2, 3, 4, Bilangan-bilangan ini digunakan untuk menambah, mengurangi, mengali serta membagi.

Bilangan nol dan bilangan negatif kemudian diciptakan agar dapat menghitung x dari persamaan $a + x = b$. Nilai a dan b merupakan bilangan alam sembarang.

Bilangan bulat positif maupun negatif dan bilangan nol, merupakan himpunan bilangan bulat. Kemudian, bilangan pecahan diciptakan agar dapat menghitung nilai x dari persamaan $ax - b = 0$.

Pada persamaan tersebut di atas, nilai a dan b adalah sembarang bilangan bulat dengan nilai $b \neq 0$. Dengan demikian, dari setiap nilai yang diberikan kepada a dan b akan diperoleh suatu jawaban untuk x . Bila tidak ada bilangan pecah maka harga untuk x tidak bisa dijawab.

Contoh 1:

$$3x - 2 = 0. \quad x = \frac{2}{3}$$

Bilangan yang ditulis sebagai hasil bagi dua bilangan bulat disebut **bilangan rasional**. Bilangan rasional juga dapat ditulis sebagai bilangan desimal berulang.

Contoh 2:

$$\frac{2}{3} = 0,666 \dots (\text{satu angka berulang})$$

Selain bilangan rasional, juga dikenal adanya **bilangan irasional**. Bilangan irasional adalah bilangan yang tidak

rasional, yaitu bilangan yang tidak dapat ditulis sebagai hasil bagi dua bilangan bulat. Oleh karena tidak dapat ditulis sebagai hasil bagi dua bilangan bulat maka dengan sendirinya kita tidak pernah akan menjumpai bilangan desimal berulang. Bilangan rasional dan irasional merupakan himpunan bilangan riil.

Contoh 3:

Keliling suatu lingkaran dengan diameter satu adalah π yaitu suatu simbol untuk angka yang nilainya 3,141592. Angka ini merupakan bilangan irasional karena tidak dapat ditunjukkan sebagai hasil bagi dua bilangan bulat. Bilangan irasional diciptakan, agar Anda dapat menyelesaikan suatu persamaan kuadrat yang bentuk umumnya:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Pada persamaan di atas nilai $a \neq 0$ dan akar persamaan dapat diperoleh dengan menggunakan kaidah:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Bila diskriminan $b^2 - 4ac > 0$, maka akar-akar persamaan dapat dicari karena adanya bilangan irasional. Akan tetapi, bila diskriminan $b^2 - 4ac < 0$, maka supaya persamaan dapat diselesaikan kemudian diciptakan **bilangan imajiner**.

Untuk menunjukkan bilangan imajiner, dipakai tanda i yang juga disebut "**satuan imajiner**". Besarnya i adalah:

$$i = \sqrt{-1}$$

dengan demikian maka:

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -1 \sqrt{-1}$$

$$i^4 = 1$$

$$i^5 = \sqrt{-1}$$

Contoh 4:

Akar persamaan $x^2+6x+13=0$ adalah:

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 52}}{2} \\&= \frac{-6 \pm \sqrt{-16}}{2} \\&= -3 \pm 2\sqrt{-1}\end{aligned}$$

Karena $i = \sqrt{-1}$, maka $x_{1,2} = -3 \pm 2i$

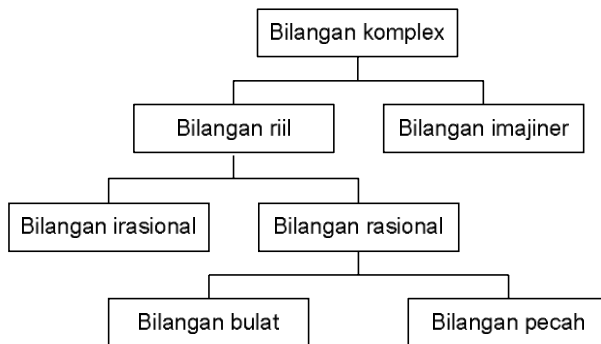
Contoh 5:

Akar persamaan $x^2-8x+17=0$ adalah:

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 68}}{2} = 4 \pm \sqrt{-1}$$

karena $i = \sqrt{-1}$, maka $x_{1,2} = 4 \pm i$

Bilangan rasional dan irasional merupakan himpunan bilangan riil. Bilangan riil dan bilangan imajiner, merupakan himpunan bilangan kompleks. Himpunan bilangan kompleks dengan himpunan-himpunan bagiannya dapat dilukiskan sebagai berikut:



Bila R merupakan himpunan seluruh bilangan irasional, a dan b adalah sembarang bilangan alam maka sekarang dapat disusun kaidah-kaidah bilangan untuk operasi penjumlahan (+) dan perkalian ($\times$).

No.	Kaidah	Operasi +	Operasi x
1.	Tutupan	$(a + b) \in R$	$(a \times b) \in R$
2.	Asosiatif	$(a + b) + c =$ $a + (b + c)$	$(a \times b) \times c =$ $a \times (b \times c)$
3.	Komutatif	$(a + b) = b + a$	$a \times b = b \times a$
4.	Identitas	$a + 0 = 0 + a$	$a \times 1 = 1 \times a$
5.	Inversi	$(a + -a) = (-a + a) = 0$	$a \times \frac{1}{a} = \frac{a}{a} = 1$
6.	Distributif	$a \times (b + c) =$ $a \times b + a \times c$	

4) Pertidaksamaan

Suatu bilangan a dikatakan lebih besar dari bilangan b dan ditulis $a > b$ hanya jika b lebih kecil dari a dan ditulis $b < a$. Tanda " $>$ " dan " $<$ " disebut tanda pertidaksamaan. Di samping kedua tanda pertidaksamaan itu, masih ada tanda yang lain, yaitu: $\leq$ yang dibaca "*lebih kecil atau sama dengan*", dan $\geq$ yang dibaca "*lebih besar atau sama dengan*".

a) Sifat- sifat Pertidaksamaan

- i. $a > 0$ hanya jika a positif $a < 0$ hanya jika a negatif $a > 0$ hanya jika $-a < 0$ $a < 0$ hanya jika $-a > 0$.

- ii. Bila $a < b$ dan $b < c$, maka $a < c$

Contoh 1:

$3 < 5$ dan $5 < 9$, maka $3 < 9$.

- iii. Bila $a < b$, maka untuk setiap nilai c berlaku $a + c < b + c$.

Contoh 2:

$3 < 5$ dan $c = 2$, maka $3 + 2 < 5 + 2$ atau $5 < 7$.

- iv. Bila $a < b$ dan $c < d$, maka $a + c < b + d$

Contoh 3:

$3 < 5$ dan $8 < 11$ maka $3 + 8 < 5 + 11$ atau $11 < 16$

- v. Bila $a < b$ dan c positif, maka $a(c) < b(c)$

Contoh 4:

$3 < 5$ dan $c = 2$, maka $3(2) < 5(2)$ atau $6 < 10$

- vi. Bila $a < b$ dan c negatif, maka $a(c) > b(c)$

Contoh 5:

$3 < 5$ dan $c = -2$, maka $3(-2) > 5(-2)$ atau $-6 > -10$

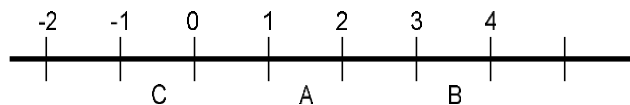
- vii. Bila $0 < a < b$ dan $0 < c < d$, maka $a(c) < b(d)$

Contoh 6:

$2 < 4$ dan $3 < 6$, maka $2(3) < 4(6)$ atau $6 < 24$.

Mulai sifat nomor 2 sampai sifat nomor 7, tanda $>$ dapat diganti dengan tanda $<$ dan begitu pula tanda $<$ dapat diganti dengan tanda $>$. Sifat penting bilangan riil yang lain adalah bahwa setiap bilangan riil dapat digambarkan pada suatu garis lurus yang disebut garis bilangan. Pada garis bilangan dipilih satu titik dan diberi nilai 0. Titik ini sebut titik awal. Dari titik awal ini kemudian dibuat skala dengan satuan tertentu. Di sebelah kanan titik awal digunakan untuk bilangan-bilangan positif dan bilangan-bilangan negatif diletakkan di sebelah kiri titik awal.

Contoh 7:



Bilangan-bilangan di atas garis menunjukkan skala dan bilangan di bawah menunjukkan nilai bilangan. Misalnya: $A = 3/2$; $B = 3$; $C = -1/2$.

Oleh karena setiap titik pada garis bilangan menggambarkan atau mewakili suatu bilangan riil tertentu maka suatu bilangan a dapat disebut dengan titik A .

Suatu bilangan yang nilainya terletak di antara dua nilai, yaitu a dan b disebut dengan selang terbuka dari a ke b ditulis (a, b) dan didefinisikan sebagai

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$$

Disebut selang terbuka karena nilai x tidak pernah akan sama dengan a ataupun dengan b . Jika nilai x dapat menjadi sama dengan a dan b maka didefinisikan dengan:

$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$$

Perhatikan, tanda kurung untuk selang terbuka dan tertutup berbeda. Suatu kemungkinan dapat pula terjadi pada nilai x yang mungkin sama dengan a akan tetapi tidak pernah sama dengan b atau sebaliknya tidak pernah sama dengan a tetapi dapat sama dengan b . Selang yang demikian itu disebut selang setengah terbuka atau selang setengah tertutup dan ditulis $[a, b)$ dan $(a, b]$, didefinisikan:

$$[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}.$$

$$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$$

Selang dapat digunakan untuk mencari himpunan penyelesaian suatu pertidaksamaan.

Contoh 8:

Carilah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan:

$$2 + 6x < 4x + 8$$

Dalam menyelesaikan pertidaksamaan tersebut di atas, usahakan agar suku yang mengandung x terletak di sebelah kiri tanda $<$. Bagian kiri dan kanan tanda pertidaksamaan dikurangi dengan 2 sehingga menjadi:

$$2 + 6x - 2 < 4x + 8 - 2$$

atau

$$6x < 4x + 6$$

Kemudian bagian sebelah kiri dan kanan tanda pertidaksamaan dikurangi dengan $4x$ sehingga menjadi:

$$6x - 4x < 4x + 6 - 4x$$

atau

$$2x < 6$$

$$x < 3$$

Jadi himpunan penyelesaian dari $2 + 6x < 4x + 8$ adalah $\{x \mid x < 3\}$.

Pada contoh di atas, tujuan untuk menambah atau mengurangi bagian sebelah kanan dan kiri tanda pertidaksamaan adalah agar bilangan yang mengandung x berada di sebelah kiri tanda pertidaksamaan dan bilangan yang tidak mengandung x berada di sebelah kanan tanda pertidaksamaan.

Contoh 9:

Carilah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan

$$x^2 + 5x + 6 \geq 0$$

Bagian di sebelah kiri tanda pertidaksamaan dapat diuraikan menjadi: $(x + 2)(x + 3) \geq 0$.

Harus diingat bahwa hasil perkalian dua bilangan akan bernilai positif kalau kedua bilangan itu bertanda positif atau kedua-duanya bertanda negatif. Untuk menyelesaikan pertidaksamaan ini, pertama kita harus menganggap bahwa kedua suku bertanda positif dan dicari himpunan penyelesaiannya, kemudian menganggap bahwa kedua suku bernilai negatif dan dicari himpunan penyelesaiannya.

Kasus 1:

Bila kedua bilangan, yaitu $(x + 2)$ dan $(x + 3)$ bertanda positif. Atau $(x + 2) \geq 0$ dan $(x + 3) \geq 0$. Ini akan terpenuhi bila $x \geq -2$ dan $x \geq -3$. Bilangan yang memenuhi kedua pertidaksamaan tersebut hanyalah jika $x \geq -2$.

Kasus 2:

Bila kedua bilangan, yaitu $(x + 2)$ dan $(x + 3)$ bertanda negatif. Atau $(x + 2) \leq 0$ dan $(x + 3) \leq 0$. Ini akan terpenuhi bila $x \leq -2$ dan $x \leq -3$. Bilangan yang memenuhi kedua pertidaksamaan tersebut hanyalah jika $x \leq -3$. Jadi himpunan penyelesaian pertidaksamaan:

$$(x + 2)(x + 3) \geq 0$$

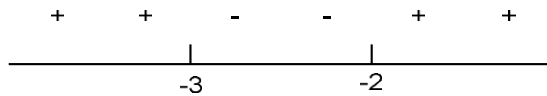
adalah

$$\{x \mid x \geq -2\} \cup \{x \mid x \leq -3\}$$

atau

$$\{x \mid -2 \leq x \leq -3\}$$

Cara lain untuk menyelesaikan soal tersebut di atas adalah dengan menggunakan garis bilangan. Nilai x yang menyebabkan ruas sebelah kiri menjadi sama dengan nol adalah untuk $x = -2$ dan $x = -3$. Untuk nilai x yang lain kita selidiki apakah menyebabkan ruas kiri lebih besar atau lebih kecil dari nol. Untuk nilai x yang menyebabkan ruas kiri bernilai positif pada garis bilangan diberi tanda $+$ dan nilai x yang menyebabkan ruas kiri bernilai lebih kecil dari nol (negatif) diberi tanda $-$ sehingga garis bilangan dapat digambarkan seperti:



Jadi, penyelesaian dari $(x + 2)(x + 3) > 0$ adalah

$$\{x \mid x \geq -2\} \cup \{x \mid x \leq -3\}$$

dan ditulis

$$\{x \mid -2 \leq x \leq -3\}$$

Dalam beberapa kasus, suatu bilangan mungkin tidak dipentingkan tandanya apakah bertanda positif atau negatif, tetapi yang dipentingkan adalah nilai absolutnya atau nilai mutlaknya. Nilai mutlak suatu bilangan riil a ditulis dengan simbol $|a|$ dan didefinisikan sebagai:

$$x = |x| \text{ jika } x > 0$$

$$x = |-x| \text{ jika } x < 0$$

b) Sifat-sifat penting pada nilai mutlak adalah:

1) $|a| \geq a$

Contoh:

$$|7| \geq 7 \text{ dalam hal ini } 7 = 7$$

$$|-12| \geq -12 \text{ dalam hal ini } 12 > -12$$

$$2) |ab| = |a| \cdot |b|$$

Contoh:

$$|12| = |4| \cdot |3|$$

$$3) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

Contoh:

$$\left| \frac{11}{13} \right| = \frac{|11|}{|13|}$$

$$4) |a + b| \leq |a| + |b|$$

Contoh:

Bila $a = -3$ dan $b = 5$, maka $|(-3) + 5| \leq |-3| + |5|$ atau $|2| \leq |-3| + |5|$ karena $2 < 8$

$$5) |a - b| \geq |a| - |b|$$

Contoh:

Bila $a = -3$ dan $b = 5$ maka $|(-3) - 5| \geq |-3| - |5|$ atau $|-8| \geq |-3| - |5|$ karena $8 > -2$

$$6) |x| \leq a \text{ untuk } a > 0, \text{ hanya jika } -a \leq x \leq a$$

Contoh:

$$|x| \leq 3 \text{ untuk } -3 \leq x \leq 3$$

$$7) |x| \geq a \text{ untuk } a > 0, \text{ hanya jika } x \geq a \text{ atau } x \leq -a$$

Contoh:

$$|x| \geq 4 \text{ untuk } x \geq 4 \text{ atau } x \leq -4$$

Perhatikan sifat no. 6 dan 7, berlaku juga untuk pertidaksamaan dengan tanda $<$ atau $>$ dengan cara mengganti tanda $\geq$ dengan tanda $>$ atau mengganti tanda $\leq$ dengan tanda $<$.

Contoh:

Carilah himpunan penyelesaian pertidaksamaan $|x - 3| \geq 5$. Dari sifat no. 7 maka diperoleh penyelesaian $x - 3 \geq 5$ atau $x - 3 \leq -5$ jadi agar pertidaksamaan terpenuhi, maka $x \geq 8$ atau $x \leq -2$, dan himpunan penyelesaiannya adalah $\{x \mid x \geq 8 \text{ atau } x \leq -2\}$.

2. Rangkuman

Himpunan adalah suatu daftar dari sekumpulan benda-benda yang mempunyai sifat-sifat tertentu. Himpunan A dikatakan sama dengan himpunan B jika keduanya mempunyai anggota yang sama. Setiap anggota suatu himpunan dapat menjadi anggota himpunan lainnya dan himpunan itu disebut himpunan bagian sejati dari suatu himpunan tertentu. Himpunan yang memuat seluruh anggota yang ada disebut himpunan semesta.

Hubungan antara suatu himpunan dengan himpunan lain, dapat ditunjukkan oleh diagram Venn atau dengan diagram garis. Gabungan (union) dari dua himpunan atau lebih merupakan suatu himpunan yang anggotanya adalah semua anggota yang ada di kedua atau lebih himpunan tersebut. Irisan (interseksi) antara dua himpunan adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota di kedua himpunan tersebut. Selisih dua himpunan adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota salah satu dari himpunan tersebut. Komplemen suatu himpunan adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan selisih antara himpunan semesta dan himpunan tersebut.

Himpunanurut adalah suatu himpunan yang urut-urutan anggotanya tertentu. Bila himpunanurut mempunyai dua anggota dan satu anggota dinyatakan sebagai nomor satu dan yang lain dinyatakan sebagai nomor dua maka himpunan tersebut dinamakan pasangan urut.

Sistem bilangan yang biasanya digunakan dalam kehidupan sehari-hari adalah sistem bilangan dengan basis 10 dengan

menggunakan sepuluh angka, yaitu 0, 1, 2, ..., 9. Sistem bilangan yang lain contohnya adalah bilangan binar, yaitu sistem bilangan dengan basis 2 dan menggunakan dua angka, yaitu 0 dan 1. Bilangan bulat dan bilangan pecah merupakan himpunan bilangan rasional. Bilangan rasional dan bilangan irasional merupakan himpunan bilangan riil. Bilangan riil dengan bilangan imajiner merupakan himpunan bilangan kompleks.

Sifat-sifat pertidaksamaan

- a) $a > 0$ hanya jika a positif.
 $a < 0$ hanya jika a negatif.
 $a > 0$ hanya jika $-a < 0$
 $a < 0$ hanya jika $-a > 0$
- b) Bila $a < b$ dan $b < c$ maka $a < c$.
- c) Bila $a < b$, maka $a+c < b+c$ untuk setiap c .
- d) Bila $a < b$ dan $c < d$, maka $a+c < b+d$.
- e) Bila $a < b$ dan c positif maka $a.c < b.c$
- f) Bila $a < b$ dan c negatif maka $a.c > b.c$
- g) Bila $0 < a$ dan $0 < c < d$, maka $a.c < b.a$

Sifat-sifat nilai mutlak:

- a) $|a| \geq a$
- b) $|ab| = |a| \cdot |b|$
- c) $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$
- d) $|a + b| \leq |a| + |b|$
- e) $|a - b| \geq |a| - |b|$
- f) $|x| \leq a$ untuk $a > 0$, hanya jika $-a \leq x \leq a$
- g) $|x| \geq a$ untuk $a > 0$, hanya jika $x \geq a$ atau $x \leq -a$

3. Soal Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Tulislah pernyataan-pernyataan di bawah ini dengan menggunakan lambang himpunan:
 - a) a bukan anggota himpunan A
 - b) p adalah anggota himpunan Q
 - c) X adalah himpunan bagian sejati dari Y
 - d) R bukan himpunan bagian sejati dari S
 - e) Himpunan M mengandung himpunan N
- 2) Bila $P = \{a, b, c\}$ atau dengan kata lain P beranggotakan a , b dan c maka dari pernyataan-pernyataan berikut ini manakah yang benar dan yang salah. Bila salah sebutkan sebabnya!
 - a. $a \in P$
 - b. $a \subset P$
 - c. $\{b\} \subset P$
 - d. $\{b\} \in P$
- 3) Seandainya himpunan semesta $S = \{a, b, c, d, e\}$ dan misalkan $A = \{a, b, e\}$, $B = \{a, c, d\}$ dan $C = \{b, e\}$ maka carilah:
 - a. $A \cap B$
 - b. $A - C$
 - c. $B \cup C$
 - d. $A \cup C$
- 4) Dengan menggunakan data pada soal nomor 3 di atas, gambarkan diagram Venn dari himpunan-himpunan berikut ini.
 - a. $A \cap B$
 - b. $A \cup B$
 - c. $(A \cup B) \cap C$
 - d. $(A \cap B) \cup C$
- 5) Bila ditentukan himpunan $A = \{p, q, r, s\}$ maka tentukan himpunan bagian yang dimiliki oleh A .
- 6) Dapatkan gabungan dari himpunan H_1 dan himpunan H_2 berikut:
 - a. $H_1 = \{1, 2, 3\}$
 - b. $H_1 = \{a, 1, 2\}$
 - $H_2 = \{a, b, c\}$
 - $H_2 = \{a, b, c\}$
 - c. $H_1 = \{a, b, 2\}$
 - $H_2 = \{a, b, c\}$
- 7) Dapatkan irisan dari himpunan H_1 dan himpunan H_2 pada soal nomor 6 di atas.

- 8) Dengan menggunakan himpunan-himpunan pada soal nomor 6, carilah $H_1 - H_2$ dan $H_2 - H_1$.
- 9) Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $3 - 5x < 1$ adalah:
- a. $\{x \mid x > 2/5\}$
 - b. $\{x \mid x < 2/5\}$
 - c. $\{x \mid x < 2,5\}$
 - d. $\{x \mid x > 2,5\}$
- 10) Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $|x - 2| < 5$ adalah:
- a. $\{x \mid x < -3 \text{ atau } x > 7\}$
 - b. $\{x \mid -3 < x < 7\}$
 - c. $\{x \mid x < -3\}$
 - d. $\{x \mid x > 7\}$

DERET UKUR DAN DERET HITUNG

1. Penyajian Materi

Dalam bab ini, anda akan mempelajari barisan/barisan dan deret diidentifikasi berdasarkan ciri-cirinya. Barisan dan deret aritmatika diidentifikasi berdasarkan ciri-cirinya, nilai unsur ke n suatu barisan aritmatika ditentukan dengan menggunakan rumus, jumlah n suku pertama suatu deret aritmatika ditentukan dengan menggunakan rumus.

Barisan/banjar dan deret geometri diidentifikasi berdasarkan ciri-cirinya, nilai unsur ke n suatu barisan geometri ditentukan dengan menggunakan rumus, jumlah n suku pertama suatu deret geometri ditentukan dengan menggunakan rumus, jumlah tak hingga deret geometri ditentukan dengan menggunakan rumus. Barisan/banjar dan deret di atas akan tersaji dengan deret ukur dan hitung sebagai pengaplikasian dalam bidang ekonomi, bisnis dan manajemen. Diharapkan setelah mempelajari bab ini, anda akan mampu:

- a. memahami barisan dan deret aritmatika
- b. menentukan unsur ke n suatu barisan aritmatika dengan menggunakan rumus.
- c. menentukan jumlah n suku pertama suatu deret aritmatika dengan menggunakan rumus
- d. memahami barisan dan deret geometri.
- e. menentukan unsur ke n suatu barisan geometri dengan menggunakan rumus.
- f. menentukan jumlah n suku pertama suatu deret geometri dengan menggunakan rumus.

- g. menggunakan kaidah deret ukur dan hitung untuk kegiatan-kegiatan ekonomi, bisnis dan manajemen.

A. Barisan/banjar

Banjar/Barisan adalah barisan yang perubahan suku-sukunya mempunyai selisih atau perbedaan (b) yang sama. Barisan aritmatika diperoleh dengan menjumlahkan bilangan tertentu ke bilangan sebelumnya untuk mendapatkan suku berikutnya. Banjar/Barisan secara sederhana dapat didefinisikan sebagai sekumpulan bilangan (suku) yang memiliki pola tertentu.

$$S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$$

Di mana S_1 : Suku ke-1

S_2 : Suku ke-2

S_n : Suku ke- n

1) Barisan/Banjar Hitung

Barisan/Banjar hitung adalah banjar yang antara dua suku berurutan mempunyai selisih yang besarnya sama. Suku kedua merupakan suku pertama ditambah pembeda, suku ketiga merupa suku kedua ditambah pembeda, dan seterusnya.

Banjar hitung :

$$S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$$

Di mana $S_2 = S_1 + b$

$$S_3 = S_2 + b$$

b = Pembeda

Suku pada banjar hitung dapat dicari dengan rumus :

$$S_n = a + (n-1)b$$

Di mana : a : Suku ke-1

n : Banyaknya suku

b : Beda

Contoh 1 :

Suatu banjar 6, 13, 20,, dst. Berapa suku ke-10?

Diketahui :

$$a = 6$$

$$b = 7$$

$$n = 10$$

$$S_n = a + (n - 1).b$$

$$S_{10} = 6 + (10 - 1) . 7$$

$$S_{10} = 6 + 9 . 7$$

$$S_{10} = 69$$

Contoh 2:

Suatu banjar hitung suku pertamanya 15 dan suku kedua 27. Berapa suku ke-12 ?

Diketahui :

$$a = 15$$

$$S_2 = 27$$

$$b = 27 - 15 = 12$$

$$S_n = a + (n - 1).b$$

$$S_{12} = 15 + (12 - 1) . 12$$

$$= 15 + 11 . 12$$

$$= 15 + 132$$

$$= 147$$

Contoh 3:

Suatu banjar hitung suku keempatnya 25 dan suku keenam 35. Berapa beda dan suku pertamanya?

Diketahui :

$$25 = a + (4 - 1) b$$

$$35 = a + (6 - 1) b$$

$$25 = a + (4-1)b$$

$$35 = a + (6-1)b$$

$$-10 = -2b$$

$$b = 5$$

$$25 = S_1 + 3 \cdot 5$$

$$S_1 = 25 - 15$$

$$S_1 = 10$$

Contoh 4:

Suatu banjar hitung memiliki suku pertama 15, suku kelima 3. Berapa bedanya dan berapa suku ke-20?

Diketahui :

$$a = 15$$

$$S_5 = 3$$

$$S_5 = a + (5 - 1) b$$

$$3 = 15 + 4b$$

$$4b = 3 - 15$$

$$4b = -12$$

$$b = -3$$

$$S_{20} = a + (20 - 1) \cdot -3$$

$$S_{20} = 15 + (19) \cdot -3$$

$$S_{20} = 15 - 57$$

$$S_{20} = -42$$

2) Barisan/banjar ukur

Banjar ukur adalah banjar yang antara dua suku berurutan mempunyai hasil bagi yang besarnya sama. Suku kedua merupakan hasil kali suku pertama dengan bilangan tertentu (pengali), dan suku ketiganya merupakan hasil kali dari bilangan kedua dengan pengali, dan seterusnya.

Suku pada banjar ukur dapat dicari dengan rumus :

$$S_n = ap^{n-1}$$

Dimana :

$$S_n : \text{Suku ke - } n$$

$$n : \text{Banyaknya suku}$$

$$a : \text{Suku pertama}$$

$$p : \text{Pengali}$$

Contoh 1:

Suatu banjar 1, 3, 9, Hitung suku ke-5 dan ke-10

Jawab :

$$a = 1$$

$$p = 3$$

$$S_n = ap^{n-1}$$

$$S_5 = 1 \cdot 3^{5-1} = 1 \cdot 3^4 = 81$$

$$S_{10} = 1 \cdot 3^{10-1} = 1 \cdot 3^9 = 19.683$$

Contoh 2:

Suatu banjar ukur suku pertamanya 2 dan suku keduanya 8. Hitunglah suku ke-7 dan suku ke-12 !

Jawab :

$$a = 2$$

$$S_2 = 8$$

$$p = 4$$

$$S_n = ap^{n-1}$$

$$S_7 = 2 \cdot 4^{7-1} = 2 \cdot 4^6 = 2 \cdot 4096 = 8192$$

$$\begin{aligned} S_{12} &= 2 \cdot 4^{12-1} = 2 \cdot 4^{11} = 2 (4.194.304) \\ &= 8.388.608 \end{aligned}$$

Contoh 3:

Suatu banjar ukur memiliki suku pertama 25 dan suku ke-5 sebesar 15.625. Hitung suku ke-3 dan suku ke-6 !

Jawab :

$$a = 25$$

$$S_5 = 15.625$$

$$S_n = ap^{n-1}$$

$$S_5 = 25 \cdot p^{5-1}$$

$$15.625 = 25 \cdot p^4$$

$$625 = p^4$$

$$p = 5$$

$$\begin{aligned}
 S_3 &= ap^{3-1} \\
 &= 25 \cdot 5^2 = 25 \cdot 25 = 625 \\
 S_6 &= ap^{6-1} \\
 &= 25 \cdot 5^5 = 25 (3.125) = 78.125
 \end{aligned}$$

B. Deret

Bila suku-suku pada suatu banjar dijumlah, maka jumlah tersebut dinamakan deret. Jadi deret merupakan penjumlahan semua suku suatu banjar. Seirama dengan perbedaan banjar, maka deret dapat dibedakan menjadi deret hitung, deret ukur dan deret harmoni.

Deret hitung merupakan jumlah suku-suku banjar hitung, deret ukur merupakan jumlah suku-suku banjar ukur dan deret harmoni merupakan jumlah suku-suku banjar harmoni. Karena sampai saat ini belum diketemukan rumus untuk menjumlahkan deret harmoni, maka untuk selanjutnya deret harmoni tidak akan dibahas. Secara umum suatu deret dapat ditulis sebagai:

$$D_n = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$$

Untuk menyingkat cara penulisan, dapat dipakai tanda Σ dan dibaca "*sigma*", sehingga deret dapat ditulis menjadi :

$$\sum_{i=1}^n S_i \dots \dots \text{untuk deret terhingga, dan}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} S_i \dots \dots \text{untuk deret tak terhingga}$$

Deret ukur dan deret hitung sering digunakan dalam matematika ekonomi. Sebagai Contoh, Malthus, seorang ahli ekonomi teori, pernah menyatakan bahwa penduduk mempunyai kecenderungan untuk tumbuh seperti deret ukur, sedangkan bahan makanan tumbuh menurut deret hitung. Anda telah mengenal deret ukur dan deret hitung, maka pernyataan Malthus tersebut mengandung arti bahwa pertumbuhan penduduk sangat cepat dan lebih cepat dibanding pertumbuhan makanan.

1) Deret hitung

Deret hitung ialah deret yang perubahan suku-sukunya berdasarkan penjumlahan terhadap sebuah bilangan tertentu. Bilangan yang membedakan suku-suku dari deret hitung ini dinamakan pembeda. Pembeda dapat ditentukan dari selisih 2 suku yang berurutan atau deret hitung adalah penjumlahan n suku pada banjar hitung.

$$D_n = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$$

Contoh :

Suatu banjar hitung memiliki suku-suku 5, 10, 15, 20.....
Berapa deret keempatnya?

$$D_4 = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$D_4 = 5 + 10 + 15 + 20$$

$$D_4 = 50$$

Untuk menghitung deret hitung dengan n yang lebih banyak tentu saja sulit dilakukan dengan cara di atas, untuk itu digunakan rumus :

$$D_n = \frac{1}{2} \cdot n (a + S_n)$$

Di mana :

D_n = deret ke- n

n = banyaknya suku

a = suku pertama

S_n = suku ke- n

Contoh 1:

Hitunglah deret ke-5 dari banjar hitung 3, 6, 9, 12,

Diketahui :

$$a = 3$$

$$b = 3$$

Hitung dulu S_5 :

$$S_n = a + (n - 1) b$$

$$S_5 = 3 + (5 - 1) 3$$

$$S_5 = 3 + 4 \cdot 3$$

$$S_5 = 3 + 12 = 15$$

Deret ke-5 adalah :

$$D_n = \frac{1}{2} n (a + S_n)$$

$$D_5 = \frac{1}{2} \cdot 5 (3 + 15)$$

$$D_5 = \frac{1}{2} (15 + 75)$$

$$D_5 = \frac{1}{2} (90) = 45$$

Contoh 2:

Suatu banjar hitung suku pertamanya 15 dan suku kedua 27. Berapa deret ke-10?

Diketahui :

$$a = 15$$

$$S_2 = 27$$

$$b = 27 - 15 = 12$$

Hitung dulu S_{10} :

$$S_{10} = 15 + (10 - 1) 12$$

$$S_{10} = 15 + 9 \cdot 12$$

$$S_{10} = 15 + 108$$

$$S_{10} = 123$$

Deret ke-10 adalah :

$$D_{10} = \frac{1}{2} \cdot 10 (123 + 15)$$

$$D_{10} = 5 (138)$$

$$D_{10} = 690$$

Contoh 3:

Suatu banjar hitung memiliki suku ketiga 15 dan suku keenam 30. Berapa deret keenamnya?

Diketahui :

$$S_3 = 15$$

$$S_6 = 30$$

$$S_n = a + (n - 1) b$$

$$15 = a + (3-1)b$$

$$30 = a + (6-1)b$$

$$\hline -$$

$$-15 = -3b$$

$$b = 5$$

$$S_3 = a + (3 - 1) 5$$

$$15 = a + 2 \cdot 5$$

$$a = 15 - 10 = 5$$

$$D_n = \frac{1}{2} \cdot n (a + S_n)$$

$$D_6 = \frac{1}{2} \cdot 6 (5 + 30)$$

$$D_6 = 3 \cdot 35 = 105$$

2) Deret Ukur

Deret ukur adalah deret yang perubahan suku-sukunya berdasarkan perkalian terhadap sebuah bilangan tertentu. Bilangan yang membedakan suku –suku sebuah deret ukur dinamakan pengganda , yaitu merupakan hasil bagi nilai suatu suku terhadap nilai suku di depannya atau deret ukur adalah jumlah suku-suku banjar ukur.

$$D_n = a \frac{1 - p^n}{1 - p} = \frac{a - pS_n}{1 - p}$$

Di mana : Dn : Deret ke-n

a : Suku pertama

p : Pengali

Contoh 1:

Suatu banjar 1, 3, 9, Hitung deret ke-5 dan ke-10 !

Jawab :

$$a = 1$$

$$p = 3$$

$$S_5 = ap^{5-1}$$

$$= 1 \cdot 3^4 = 1 \cdot 81 = 81$$

$$\begin{aligned}
 D_5 &= \frac{a - pS_5}{1 - p} \\
 &= \frac{1 - (3 \times 81)}{1 - 3} \\
 &= \frac{1 - 243}{-2} = \frac{-242}{-2} = 121
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{10} &= ap^{10-1} \\
 &= 1 \cdot 3^9 = 1 \cdot 19.683 = 19.683
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{10} &= \frac{a - pS_{10}}{1 - p} \\
 &= \frac{1 - 3(19 \times 683)}{1 - 3} \\
 &= \frac{1 - 59.049}{-2} = \frac{-59.048}{-2} = 29.524
 \end{aligned}$$

Contoh 2:

Suatu banjar ukur memiliki suku pertama 4 dan suku kedua 16. Hitunglah deret ke-4 dan deret ke-6 !

Jawab :

$$\begin{aligned}
 a &= 4 \\
 S_2 &= 16 \\
 S_2 &= ap^{2-1} \\
 16 &= 4 \cdot p^1 \\
 P &= \frac{16}{4} = 4 \\
 S_4 &= ap^{4-1} \\
 &= 4 \cdot 4^3 \\
 &= 4 \cdot 64 = 256 \\
 D_4 &= \frac{a - pS_4}{1 - p} \\
 &= \frac{4 - 4(256)}{1 - 4} \\
 &= \frac{4 - 1.024}{-3} = \frac{-1.020}{-3} = 340
 \end{aligned}$$

2. Rangkuman

Bila suku-suku pada suatu baris dijumlah maka jumlah tersebut dinamakan deret. Jadi, deret merupakan penjumlahan semua suku suatu baris.

Deret dapat dibedakan menjadi deret hitung, deret ukur, dan deret harmoni. Deret hitung merupakan jumlah suku-suku banjar hitung, deret ukur merupakan jumlah suku-suku banjar ukur, dan deret harmoni merupakan jumlah suku-suku banjar harmoni. Deret hitung sering disebut juga deret aritmatika, dan deret ukur sering disebut deret geometri.

Apabila a adalah suku pertama suatu baris (U_1) dan b adalah beda antara dua suku yang berurutan maka sesuai dengan pengertian deret hitung.

Apabila a adalah suku pertama suatu baris (U_1) dan r adalah rasio antara dua suku yang berurutan maka sesuai dengan pengertian deret ukur.

Untuk menyingkat cara penulisan dapat dipakai tanda Σ dan dibaca "*sigma*" sehingga deret dapat ditulis menjadi :

$$\sum_{i=1}^n a_i, \text{ untuk deret terhingga}$$

$$\sum_{i=1} a_i, \text{ untuk deret tak terhingga}$$

3. Soal Latihan

Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !

- 1) Nyatakanlah penjumlahan berikut ini ke dalam notasi sigma!
 - a. $1+3+5+7+9$
 - b. $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17$
- 2) Hitunglah jumlah deret aritmetika berikut ini!
 - a. $1+3+5+7+\dots$ sampai suku ke-60
 - b. $8+ 11 + 14 + 17 +\dots$ sampai suku ke-20

- 3) Hitunglah jumlah 60 suku yang pertama dari deret geometri $2+4+8+16+\dots$
- 4) Diketahui deret geometri $3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n$. Jika jumlah deret tersebut 1.092, berapakah n ?

PENERAPAN DERET UKUR DAN DERET HITUNG

1. Penyajian Materi

Dalam masalah ekonomi, tak jarang ditemukan suatu permasalahan yang berhubungan matematika. Masalah tersebut lah yang nantinya akan diselesaikan dengan pengaplikasian ilmu matematika dalam ekonomi, atau yang sering disebut “Matematika Ekonomi”.

Seperti halnya Bila pendapatan bunga diinvestasikan kembali pada modal awal untuk setiap permulaan tahun atau periode maka disebut *bunga majemuk*.

Pendapatan bunga dari metode bunga majemuk ini setiap tahunnya akan meningkat jumlahnya. Hal ini dikarenakan modal awalnya setiap permulaan tahun meningkat.

A. Bunga Pinjaman

Bunga pinjaman selama setahun atau kurang, sering dihitung dengan menggunakan cara yang sederhana, yaitu bunga yang hanya dikenakan pada jumlah pinjaman. Jumlah yang dipinjam ini untuk selanjutnya akan disebut dengan pokok pinjaman. Jika besarnya pokok pinjaman adalah p dengan bunga sebesar r persen setahun dan lama meminjam adalah t tahun, maka besarnya bunga yang harus di bayar yaitu I adalah hasil perkalian antara pokok pinjaman dan bunga dan lama meminjam, atau

$$I = P.r.t$$

Dimana:

P = besarnya pokok pinjaman

r = besarnya bunga yang diberikan dalam setahun

t = lama meminjam

Contoh :

Budi meminjam uang sebanyak Rp 5.000.000 dengan bunga sebesar 18% pertahun . Berapa lamakah ia meminjam uang tersebut kalau bunga yang harus dibayar sebanyak Rp 900.000?

$$I = P.r.t$$

$$900.000 = 5.000.000.0,18.t$$

$$900.000 = 900.000t$$

$$t = \frac{900.000}{900.000}$$

$$t = 1$$

Budi meminjan uang selama 1 tahun.

B. Bunga Majemuk

Bunga sederhana seperti yang dibahas sebelumnya adalah bunga yang umumnya diterapkan untuk pinjaman dalam jangka waktu satu tahun atau kurang. Dengan bunga majemuk, bunga selain dikenakan pada pokok pinjaman, juga dikenakan pada bunga yang dihasilkan. Misalkan seseorang membungakan uangnya sebanyak P dengan bunga sebesar i pertahun. Setelah satu tahun ia mendapatkan bunga sebesar:

Misalkan: P = nilai uang awal i = bunga

Bunga tahun pertama = P.i

Pada akhir tahun pertama jumlah uang menjadi = $P + P.i = P(1+i)$

Bunga pada tahun kedua = $P(1+i)(i)$

Pada akhir tahun kedua jumlah uang menjadi:

Future Value (FV) = nilai uang pada akhir tahun pertama + bunga pada tahun kedua

$$\begin{aligned} FV &= P(1+i) + P(1+i)(i) \\ &= P(1+i). \{(1+i)\} \\ &= P(1+i)^2 \end{aligned}$$

Pada akhir tahun ketiga jumlah uang sebesar = $P(1+i)^3$

Dalam n tahun keseluruhan uang menjadi $FV = P(1+i)^n$

Penghitungan keseluruhan uang dengan pembayaran bunga dilakukan dalam **m** kali setahun, pada tingkat bunga **i** pertahun, tingkat bunga setiap periode sebesar **i/m** dan jumlah periode pembungaan (penghitungan bunga) sebanyak **n.m** adalah:

$$A = P(1 + i/m)^{n.m}$$

Contoh:

Andi menyimpan uang di Bank sebanyak Rp 1.000.000 dengan bunga majemuk sebesar 3% yang dibayar oleh bank setiap bulan. Setelah 3 tahun ia ingin mengambil uang simpanannya. Berapa jumlah yang akan diterima Andi?

$$\begin{aligned} A &= P(1 + i/m)^{n.m} \\ &= 1.000.000 \left(1 + \frac{0,03}{12}\right)^{3.12} \\ &= 1.000.000 (1 + 0,0025)^{36} \\ &= 1.000.000 (1,0025)^{36} \\ &= 1.000.000 \cdot 1,094051401 \\ &= 1.094.051,401 \end{aligned}$$

C. Nilai Sekarang

Nilai sekarang dari jumlah yang diperoleh di masa mendatang atau sering pula disebut dengan present value adalah nilai sejumlah uang yang saat ini dapat dibungakan untuk memperoleh jumlah yang lebih besar di masa mendatang. Misalkan P adalah nilai sekarang dari uang sebanyak A pada t tahun yang akan datang. Bila kemudian diumpamakan tingkat bunga adalah r, maka bunga yang dapat diperoleh dari P rupiah adalah:

$$I = P.r.t$$

dan uang setelah t tahun menjadi:

$$P + P.r.t = P(1 + rt)$$

Karena A adalah nilai uang sebanyak P pada t tahun mendatang, maka:

$$P(1 + rt) = A$$

atau

$$P = \frac{A}{1 + rt}$$

Contoh:

Setahun lagi Asbun akan menerima uang sebanyak Rp10.000,00. Berapakah nilai sekarang uang tersebut jika tingkat bunga adalah 13 persen setahun? Dalam masalah ini, $A = 10.000,-$, $r = 0,13$ dan $t = 1$

$$\begin{aligned} P &= \frac{10.000}{1 + (0,13)(1)} \\ &= 8.849,56 \end{aligned}$$

2. Rangkuman

Banjar/Barisan adalah sebagai sekumpulan bilangan (suku) yang memiliki pola tertentu.

$S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$

Di mana S_1 : Suku ke-1

S_2 : Suku ke-2

S_n : Suku ke-n

Deret adalah penjumlahan semua suku pada suatu banjar.

$$D_n = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$$

Di mana D_n : Deret ke-n

Banjar hitung adalah banjar yang antara dua suku berurutan mempunyai selisih yang besarnya sama.

Suku pada banjar hitung dapat dicari dengan rumus :

$$S_n = a + (n-1)b$$

Di mana : a : Suku ke-1

n : Banyaknya suku

b : Beda

Deret hitung adalah penjumlahan n suku pada banjar hitung.

Untuk menghitung deret hitung dengan n yang lebih banyak tentu saja sulit dilakukan dengan cara di atas, untuk itu digunakan rumus :

$$D_n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (a + S_n)$$

Di mana :

D_n = deret ke-n

n = banyaknya suku

a = suku pertama

S_n = suku ke-n

Banjar ukur adalah banjar yang antara dua suku berurutan mempunyai hasil bagi yang besarnya sama. Suku pada banjar ukur dapat dicari dengan rumus :

$$S_n = ap^{n-1}$$

Dimana :

S_n : Suku ke - n

n : Banyaknya suku

a : Suku pertama

p : Pengali

Deret ukur adalah jumlah suku-suku banjar ukur.

$$D_n = a \frac{1 - p^n}{1 - p} = \frac{a - pS_n}{1 - p}$$

Di mana : D_n : Deret ke-n

a : Suku pertama

p : Pengali

3. Latihan soal

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Bila suku pertama deret hitung adalah 2 dan bedanya tiga, hitunglah suku ke-5 dan suku ke-8!
- 2) Bila suku kelima dari suatu deret hitung ditambah dengan suku ketiganya sama dengan 22 dan suku kelima dikurangi dengan suku ketiga sama dengan empat, maka berapakah nilai suku keempatnya?
- 3) Badu meminjam uang sebanyak Rp100.000,00 dengan

bunga sebesar 18 persen pertahun. Berapa lamakah ia meminjam uang tersebut kalau bunga yang kemudian harus dibayar ternyata sebanyak Rp27.000,00

- 4) Godril memiliki uang sebesar Rp500.000,00. Berapakah nilai uang tersebut pada lima tahun yang akan datang bila tingkat bunga per tahun adalah 17 persen?
- 5) Paijo pada saat berumur 10 tahun pernah menyimpan uang di bank sebanyak Rp2.000,00 dengan bunga majemuk sebesar 15 persen yang dibayar oleh bank setiap bulan. Kini Paijo berumur 25 tahun dan ingin mengambil uang simpanannya itu. Berapa jumlah yang akan diterima Paijo?

FUNGSI LINIER

1. Penyajian Materi

Dalam ilmu ekonomi, kita selalu berhadapan dengan variabel-variabel ekonomi seperti harga, pendapatan nasional, tingkat bunga, dan lain-lain. Hubungan kait-mengkait antara variabel yang satu dengan variabel yang lain ditunjukkan oleh suatu fungsi. Penjelasan mengenai fungsi serta kegunaannya dalam ekonomi akan Anda jumpai di dalam bab ini.

Bab ini dimulai dengan penjelasan mengenai sumbu koordinat dan cara-cara menggambar grafik dari suatu fungsi, meskipun Anda mungkin pernah mempelajari bagaimana mencari persamaan suatu garis lurus dari beberapa titik yang diketahui, dalam bab ini hal tersebut akan dibicarakan lagi sehingga Anda akan lebih memahami konsep ini. Karena seperti disebutkan di atas bahwa kita selalu berhadapan dengan variabel-variabel ekonomi yang saling pengaruh-mempengaruhi, dan proses saling pengaruh-mempengaruhi ini dapat diselidiki dengan menggunakan fungsi, maka pendalaman terhadap materi ini bukanlah merupakan pekerjaan yang sia-sia.

Dengan mempelajari bab ini, secara umum Anda diharapkan mampu untuk memahami fungsi linear beserta penggunaannya dalam ekonomi. Setelah selesai mempelajari modul ini, secara khusus Anda diharapkan dapat:

- a. mendiskripsikan dan mengidentifikasikan konstan, dan variabel.
- b. menggambar grafik suatu garis.
- c. mencari gradien suatu fungsi.
- d. mencari persamaan garis lurus.

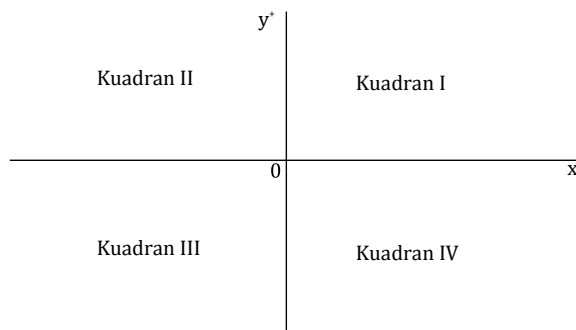
- e. menentukan dua buah garis lurus apakah berimpit, sejajar, berpotongan atau saling tegak lurus.
- f. mencari koordinat titik potong dua garis lurus.

A. Fungsi

1) Letak suatu titik

Suatu titik yang terletak di sebuah bidang datar dapat ditentukan letaknya dengan menggunakan garis penolong yang disebut Sumbu Koordinat. Sumbu koordinat adalah garis lurus yang saling berpotongan tegak lurus. Garis yang horisontal biasanya disebut sumbu x dan yang vertikal disebut sumbu y. Dikatakan biasanya, karena sumbu tersebut tidak harus dinamakan dengan x dan y. Suatu Contoh misalnya, dalam literatur ekonomi sumbu x sering dinamakan sumbu Q dan sumbu P untuk sumbu y.

Perpotongan antara sumbu x dengan sumbu y disebut titik origin atau titik asal atau titik nol. Disebut demikian karena jarak pada sumbu selalu dihitung mulai dari titik asal ini. Simbol untuk origin adalah O.



Sumbu x yang ada di sebelah kanan 0 dan sumbu y yang berada di atas 0 digunakan untuk nilai yang positif dari himpunan nilai x di sumbu x dan nilai y di sumbu y, sedangkan untuk himpunan nilai yang negatif digunakan

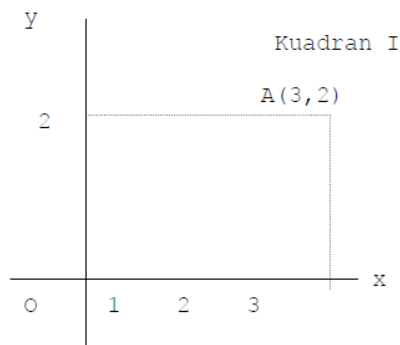
sumbu x yang berada di sebelah kiri 0 dan sumbu y yang berada di sebelah bawah 0.

Sumbu koordinat membagi bidang menjadi empat bagian. Setiap bagian dinamakan kuadran. Masing-masing kuadran diberi nomor secara berurutan dimulai dari bidang sebelah atas kanan sebagai kuadran I, kemudian dengan arah menurut kebalikan arah putaran jarum jam ditentukan kuadran II, kuadran III dan IV (lihat gambar di atas). Jadi, suatu bidang datar dibagi oleh sumbu koordinat menjadi empat kuadran.

Suatu titik, yang sebidang dengan sumbu koordinat, letaknya ditentukan oleh suatu pasangan urut (x, y) . Anggota pertamanya dinamakan koordinat x atau absis dan anggota keduanya dinamakan koordinat y atau ordinat. Suatu titik (a,b) yang mana $a > 0$ dan $b > 0$ menunjukkan bahwa $x = a$ dan $y = b$. Titik ini dapat dilukiskan dengan bergeser dari origin a unit ke kanan dan b unit ke atas. Titiknya ditentukan oleh perpotongan dua garis yang ditarik dari kedudukan yang baru karena pergeseran tadi dan sejajar dengan sumbu koordinat.

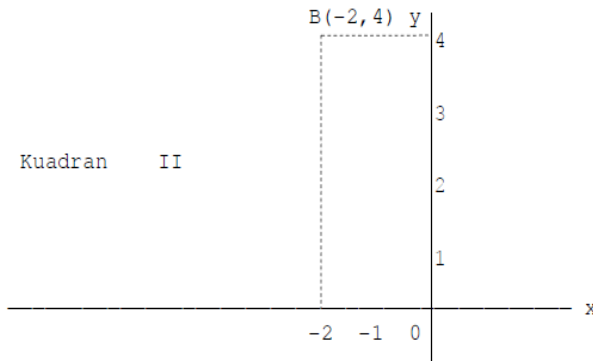
Contoh 1:

Titik $(3,2)$ menunjukkan bahwa $x = +3$ dan $y = +2$. Titik ini didapat dengan bergeser ke kanan 3 unit dari origin dan dibuat garis yang sejajar sumbu y , kemudian dari origin bergeser 2 unit ke atas dan dibuat garis yang sejajar sumbu x . Maka diperoleh letak titik $(3,2)$ pada kuadran I dan selanjutnya titik ini dapat diberi nama, misalnya titik A.

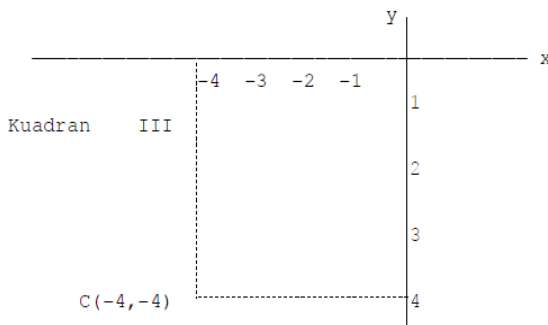


Contoh 2:

Titik $(-2,4)$ menunjukkan bahwa $x = -2$, $y = +4$, dan dapat diperoleh dengan bergeser dari origin 2 unit ke kiri (ke arah negatif) dan kemudian 4 unit ke atas. Maka diperoleh letak titik $(-2,4)$ pada kuadran II dan misalnya titik ini dinamakan titik B.

**Contoh 3:**

Titik $(-4,-4)$ menunjukkan bahwa $x = -4$, $y = -4$ dan gambarnya seperti berikut ini:

**2) Fungsi**

Fungsi didefinisikan sebagai himpunan pasangan urut dengan anggota-anggota pertama pasangan urut yang dinamakan wilayah (domain) dan anggota-anggota kedua pasangan urut yang dinamakan jangkau (range), dihubungkan sedemikian rupa sehingga tidak ada dua

pasangan urut yang anggota pertamanya sama. Ada 3 cara untuk menunjukkan suatu fungsi yaitu:

- a. Cara daftar lajur
- b. Cara penulisan dengan lambang
- c. Cara grafik

Contoh-Contoh untuk menunjukkan suatu fungsi dengan cara-cara tersebut di atas adalah sebagai berikut:

Contoh 4:

Fungsi ditunjukkan dengan cara daftar lajur.

X	Y
1	-1
2	0
3	3
4	8
5	15

Lajur pertama mengandung elemen-elemen pertama pasangan urut dan lajur kedua mengandung elemen kedua pasangan urut. Perhatikan di sini, pada daftar lajur tersebut tidak terdapat pasangan urut yang anggota pertamanya sama. Anggota kedua pada himpunan pasangan urut bisa terjadi sama.

Contoh 5:

Fungsi ditunjukkan dengan cara lambang:

- a. $y = x^2 - 2x$ atau
- b. $f(x) = x^2 - 2x$ atau
- c. $f(x, y)$ ialah fungsi yang pasangan urutnya $(x, x^2 - 2x)$ atau
- d. $\{(x, y) \mid y = x^2 - 2x\}$

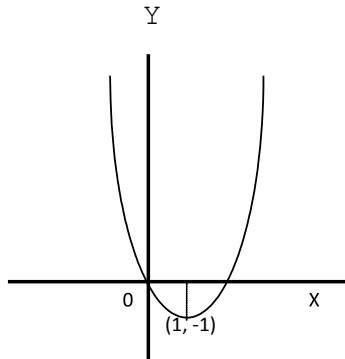
Cara penulisan dengan lambang yang sering dipakai adalah cara a atau b, karena lebih singkat bila dibandingkan dengan cara yang lain.

Contoh 6:

Fungsi ditunjukkan dengan cara grafik.

Misalkan fungsi yang akan dilihat grafiknya adalah $y = x^2 - 2x$. Agar supaya grafiknya dapat dilukis, maka harus dibuat dahulu daftar lajurnya kemudian menentukan letak titik-titiknya menurut pasangan urutnya. Grafik dari fungsi diperoleh dengan menghubungkan titik-titik tersebut.

x	y
-2	8
-1	3
0	0
1	-1
2	0
3	3
4	8

**3) Konstanta dan variabel**

Suatu fungsi biasanya terdiri dari konstanta dan variabel. Konstanta adalah jumlah yang nilainya tetap dalam suatu masalah tertentu. Konstanta dapat dibedakan menjadi konstanta absolut dan konstanta parametrik atau parameter. Konstanta absolut, adalah jumlah yang nilainya tetap untuk segala macam masalah, misalnya jumlah penduduk pada tahun tertentu untuk setiap masalah biasanya dianggap sama. Jumlah penduduk Indonesia pada tahun 1997 misalnya sebanyak

200 juta. Apabila kemudian ada yang membahas pendapatan perkapita negara Indonesia, atau kesehatan penduduk Indonesia pada tahun 1997, maka jumlah penduduk pada saat itu dianggap sebanyak 200 juta orang.

Konstanta parametrik atau parameter adalah jumlah yang mempunyai nilai tetap pada suatu masalah akan tetapi dapat berubah pada masalah yang lain. Variabel adalah jumlah yang nilainya berubah-ubah pada suatu masalah. Variabel dapat dibedakan menjadi variabel bebas dan variabel tak bebas. Variabel bebas adalah variabel yang nilainya menentukan nilai fungsi, atau himpunan yang anggotanya adalah anggota pertama pasangan urut.

Variabel tak bebas adalah variabel yang nilainya sama dengan nilai fungsi setelah variabel bebas ditentukan nilainya, atau himpunan yang anggotanya adalah anggota kedua pasangan urut.

Contoh 7:

Pada persamaan garis lurus $y = a + bx$, maka a dan b adalah konstanta, x adalah variabel bebas dan y adalah variabel tak bebas.

Contoh 8:

Pada persamaan garis lurus $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ angka 1 adalah konstanta absolut, a dan b adalah parameter, x dan y adalah variabel.

Dalam matematika murni, biasanya huruf-huruf permulaan susunan alphabet seperti a, b, c, d , digunakan untuk lambang parameter, dan huruf-huruf akhir susunan alphabet seperti x, y, z digunakan untuk lambang variabel. Akan tetapi pada matematika terapan banyak

pengecualian dari konvensi ini. Variabel seringkali diberi lambang huruf pertama dari namanya. Contohnya, p untuk harga (price), q untuk kuantitas (quantity), c untuk ongkos (cost), s untuk tabungan (saving) dan lain-lainnya.

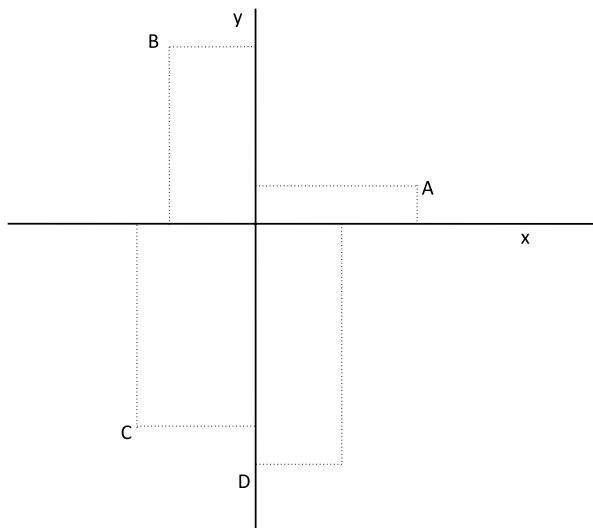
Contoh 9:

Fungsi permintaan ditunjukkan oleh persamaan $D = 10 - 3P$; D dan P adalah variabel. D menunjukkan demand (permintaan) dan P menunjukkan price (harga).

Agar lebih mudah memahami apa yang telah dibahas di atas, maka berikut ini diberikan contoh-contoh penggunaannya.

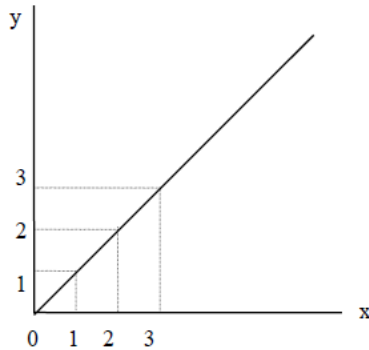
Contoh 10:

Gambarkan titik-titik berikut ini pada sistem sumbu koordinat: A(1,6), B(-3,4), C(-4,-5), D(3,-6).



Contoh 11:

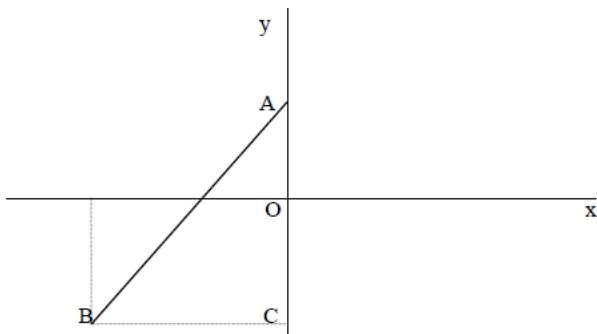
Gambarkan titik-titik (0,0); (1,1); (2,2) dan (3,3). Tunjukkan bahwa titik-titik tersebut terletak pada sebuah garis lurus.



Bila titik-titik tersebut di hubungkan satu sama lain, ternyata titik-titik terletak pada sebuah garis lurus.

Contoh 12:

Hitung jarak antara titik-titik A(0,2) dan B(-3,-2)



$$AC = 4, \quad BC = 3$$

ABC adalah segitiga siku-siku. Kemudian dengan dalil Phytagoras dapat dihitung:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$$

$$AB = \sqrt{16 + 9}$$

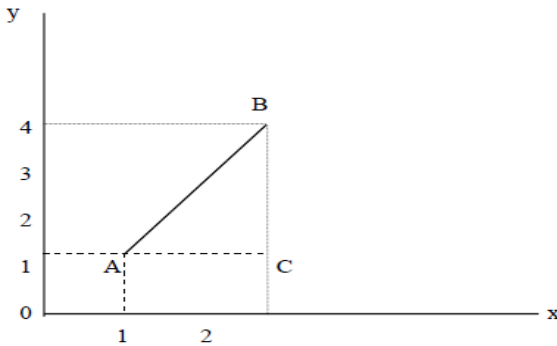
$$AB = \sqrt{25}$$

$$AB = 5$$

$$\text{Jadi } AB = 5$$

Contoh 13:

Hitung jarak antara titik-titik (1,1) dan (3,4)



$$AC = 2, \quad BC = 3$$

ABC adalah segitiga siku-siku. Dengan menggunakan dalil Pythagoras dapat dihitung:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$$

$$AB = \sqrt{4 + 9}$$

$$AB = \sqrt{13}$$

Contoh 14:

Apabila diketahui $y = f(x) = 4 + x - x^2$ berapakah $f(0)$, $f(-2)$, $f(3)$, $f(-1)$? $f(0) = 4 + (0) - (0)^2 = 4$

$$f(-2) = 4 + (-2) - (-2)^2$$

$$= 4 - 2 - 4$$

$$= -2$$

$$f(3) = 4 + 3 - (3)^2$$

$$= 4 + 3 - 9$$

$$= -2$$

$$f(-1) = 4 + (-1) - (-1)^2$$

$$= 4 - 1 - 1$$

$$= 2$$

Contoh 15:

Apabila $y = f(x) = 3x / (x^2 - 1)$

- a. Berapakah $f(0)$, $f(-3)$, $f(4)$?
 - b. Apakah nilai $x = 1$ dan $x = -1$ boleh dimasukkan ke dalam fungsi?
- 1) $f(0) = 3.0 / (0^2 - 1) = 0$
 $f(-3) = 3.(-3) / (-3)^2 - 1 = -9/8$
 $f(4) = 3.4 / (4^2 - 1) = 12/15$
 - 2) Nilai $x = 1$ dan $x = -1$ tidak boleh dimasukkan ke dalam fungsi karena $f(x)$ nilainya menjadi tak tentu.

Contoh 16:

Apabila $y = ax^2 + bx + c$, di mana a , b dan c adalah konstanta. Berapakah $f(0)$, $f(1)$, $f(a)$, $f(a+b)$?

$$f(0) = a.0 + b.0 + c = c$$

$$f(1) = a.1^2 + b.1 + c = a + b + c$$

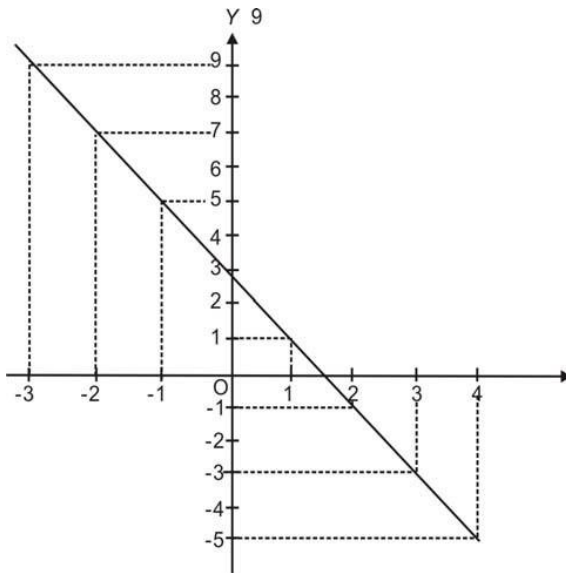
$$f(a) = a.a^2 + b.a + c = a^3 + ab + c$$

$$\begin{aligned} f(a+b) &= a(a+b)^2 + b(a+b) + c \\ &= a(a^2 + 2ab + b^2) + ab + b^2 + c \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ab + b^2 + c \end{aligned}$$

Contoh 17:

Gambarkan fungsi $y = 3 - 2x$ untuk jangkauan $x = -3$ sampai $x = 4$.

x	y
-3	9
-2	7
-1	5
0	3
1	1
2	-1
3	-3
4	-4



B. Fungsi Linier

Fungsi Linier atau fungsi berderajat satu ialah fungsi yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat satu. Sesuai namanya, setiap persamaan linier apabila digambarkan akan menghasilkan sebuah garis lurus.

Bentuk umum persamaan linier adalah :

$$ax + by + c = 0$$

Di mana a , b dan c adalah konstan dengan ketentuan bahwa a dan b bersama-sama tidak bernilai nol. Persamaan ini disebut linear dalam x dan y sedangkan grafik persamaan ini merupakan sebuah garis lurus. Koordinat x dan y dari setiap titik (x, y) yang terletak pada garis lurus, harus memenuhi persamaan garis tersebut.

Garis lurus yang ditarik melalui titik-titik yang koordinat - koordinatnya memenuhi persamaan disebut grafik persamaan atau lokus persamaan. Cara yang termudah untuk menggambar suatu grafik garis lurus yang diketahui persamaannya adalah dengan mencari penggal - penggal garis sumbu yang dipotong oleh garis lurus tersebut. Panjang penggal garis sumbu di ukur

dari titik origin sampai titik potong antara garis lurus dengan sumbu-sumbu koordinat. Perpotongan garis dengan sumbu x merupakan suatu titik yang ditentukan oleh pasangan $y = 0$ pada persamaan garis lurus tersebut. Begitu pula perpotongan garis lurus dengan sumbu y merupakan suatu titik yang ditentukan oleh pasangan $x = 0$ pada persamaan garis tersebut. Bila kedua titik potong tersebut digambar, maka garis lurus yang dicari adalah garis yang melalui kedua titik tersebut.

Contoh 18:

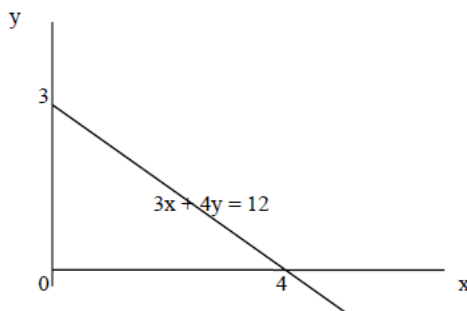
Gambarkan garis dengan persamaan $3x + 4y = 12$

Langkah pertama adalah mencari titik potong garis dengan sumbu x dan sumbu y . Titik potong dengan sumbu x diperoleh bila $y = 0$. Untuk $y = 0$, maka $3x = 12$ atau $x = 4$. Jadi titik potong dengan sumbu x adalah $(4, 0)$.

Titik potong dengan sumbu y diperoleh bila $x = 0$ Untuk $x = 0$, maka $4y$

$= 12$ atau $y = 3$. Jadi titik potong dengan sumbu y adalah $(0, 3)$. Kemudian kedua titik potong tersebut digambar dan dihubungkan dengan garis lurus.

Garis lurus itu adalah garis yang persamaannya adalah $3x + 4y - 12 = 0$ dan merupakan garis yang melalui titik $(4, 0)$ dan $(0, 3)$.

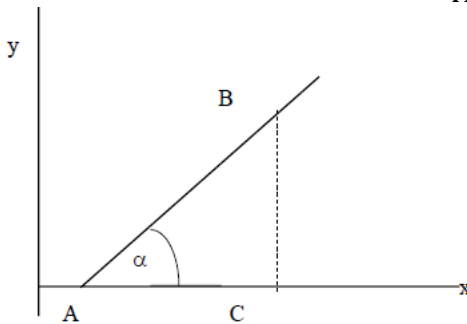


1) Curam

Setiap garis lurus mempunyai arah. Arah suatu garis lurus ditunjukkan oleh curam (gradien) yang didefinisikan sebagai tangens dari sudut yang dibentuk oleh garis tersebut dengan

sumbu x. Sudut yang dibentuk oleh garis di titik A dengan sumbu x misalnya dinamakan sudut α . Jika pada garis tersebut ditentukan sebuah titik sembarang B dan kemudian melalui B dibuat garis tegak lurus ke sumbu x dan memotong sumbu x di titik C, maka curam garis dapat didefinisikan sebagai:

$$m = \operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC}$$



Untuk sudut α yang besarnya lebih dari 90° , maka m bernilai negatif, sehingga:

$$m = \operatorname{tg} \alpha = -\frac{BC}{AC}$$

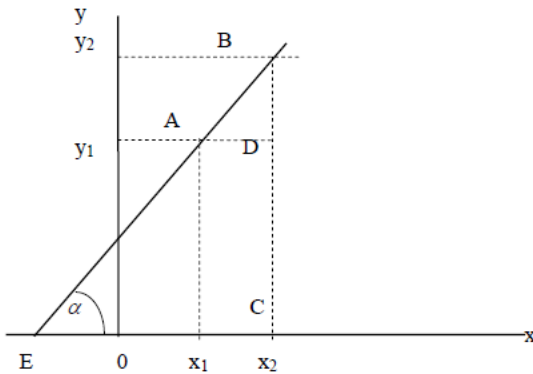
Untuk garis yang sejajar dengan sumbu x, curamnya sama dengan nol atau:

$$m = \operatorname{tg} 0 = 0$$

2) Bentuk dua titik

Persamaan suatu garis lurus dapat ditentukan bila diketahui koordinat dua titik yang terletak pada garis tersebut atau apabila diketahui curam garisnya dan sebuah titik yang terletak di garis tersebut. Ada beberapa rumus yang dapat digunakan untuk mencari persamaan suatu garis lurus. Rumus mana yang harus digunakan, tentunya tergantung pada masalah yang sedang dihadapi. Garis lurus mempunyai sifat bahwa curam garisnya adalah konstan. Curam dapat ditentukan dengan menggunakan dua titik yang terletak pada

sebuah garis lurus. Misalnya ada dua buah titik sembarang A (x_1, y_1) dan B (x_2, y_2) yang terletak di garis lurus. (lihat gambar berikut ini).



Curam garis tersebut adalah :

$$m = \text{tg } \alpha$$

akan tetapi dengan menggunakan ilmu ukur, dapat dibuktikan bahwa

$$\frac{BC}{EC} = \frac{BD}{AD}$$

Padahal $BD = y_2 - y_1$ dan $AD = x_2 - x_1$, sehingga:

$$m = \text{tg } \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Selanjutnya bila diambil sebuah titik sembarang (x, y) dan bersama titik (x_1, y_1), digunakan lagi untuk mencari curam garis, maka besarnya curam garis adalah

$$m = \text{tg } \alpha = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Karena sifat suatu garis lurus mempunyai curam yang konstan, maka itu berarti dua curam yang dicari tadi besarnya pasti sama. Jadi

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

atau dapat ditulis :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Persamaan di atas, merupakan persamaan garis lurus yang melalui titik $A(x_1, y_1)$ dan titik $B(x_2, y_2)$.

Contoh 19:

Cari persamaan garis yang melalui titik (3,2) dan titik (4,5).

Misalkan $(x_1, y_1) = (3, 2)$ dan $(x_2, y_2) = (4, 5)$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{5 - 2}{4 - 3} (x - 3)$$

$$y - 2 = 3(x - 3)$$

$$y = 3x - 9 + 2 \text{ atau}$$

$$y = 3x - 7 \text{ (persamaan yang dicari)}$$

Untuk membuktikan bahwa garis tersebut melalui titik (3, 2) dan (4, 5), maka masukkan (3,2) ke dalam $y = 3x - 7$

$$2 = 3(3) - 7$$

$$2 = 2 \text{ (terbukti)}$$

Masukkan (4,5) ke dalam $y = 3x - 7$

$$5 = 3(4) - 7$$

$$5 = 12 - 7$$

$$5 = 5 \text{ (terbukti).}$$

Karena terbukti melalui (3,2) dan (4,5), maka persamaan $y = 3x - 7$ adalah persamaan yang dicari.

3) Bentuk penggal garis

Untuk kasus tertentu di mana titik (x_1, y_1) merupakan penggal x yang ditunjukkan oleh $(a, 0)$ dan titik (x_2, y_2) merupakan penggal y yang ditunjukkan oleh $(0, b)$, maka persamaan garisnya diperoleh dengan memasukkan $x_1 = a$, $y_1 = 0$ dan $x_2 = 0$, $y_2 = b$ ke dalam persamaan :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{b - 0}{0 - a} (x - a)$$

$$y = \frac{b}{-a}(x - a)$$

$$y = \frac{bx}{-a} + \frac{ab}{a}$$

$$y = \frac{bx}{-a} + b$$

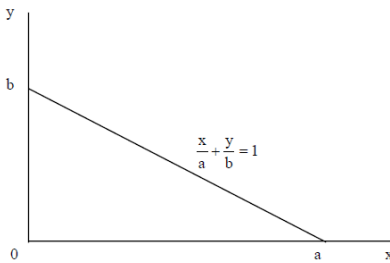
Jika ke dua ruas dibagi dengan b, maka :

$$y = \frac{-x}{a} + 1$$

atau

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

dan grafiknya adalah sebagai berikut :



Cari persamaan garis yang mempunyai penggal (0,5) dan (-4,0). Untuk

$a = -4$ dan $b = 5$, nilainya dimasukkan ke

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{-4} + \frac{y}{5} = 1$$

Ruas kiri dan kanan persamaan dikalikan 20

$$-5x + 4y = 20 \text{ atau}$$

$$5x - 4y + 20 = 0$$

Jadi persamaan $5x - 4y + 20 = 0$ adalah persamaan yang dicari.

4) Bentuk curam-titik

Bentuk ini dapat digunakan untuk menentukan persamaan suatu garis lurus yang diketahui curam garisnya dan titik

(x_1, y_1) yang terletak di garis tersebut. Telah dibicarakan bahwa curam garis ditunjukkan oleh persamaan:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

maka persamaan:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

dapat ditulis sebagai:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Contoh 21:

Cari persamaan garis yang melalui titik $(2, 5)$ dan mempunyai curam 3. Nilai $m = 3$ dan $(x_1, y_1) = (2, 5)$ dimasukkan ke dalam persamaan:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

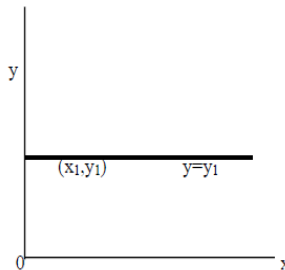
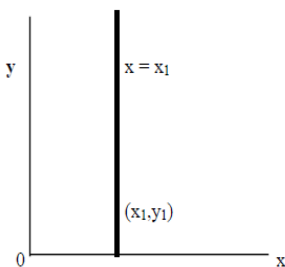
$$y - 5 = 3(x - 2)$$

$$y = 3x - 6 + 5$$

$$y = 3x - 1$$

Jadi persamaan $y = 3x - 1$ adalah persamaan yang dicari. Rumus-rumus di atas tidak dapat digunakan untuk mencari persamaan garis yang vertikal, karena curam garis vertikal besarnya tak terhingga. Garis vertikal yang melalui titik (x_1, y_1) mempunyai persamaan:

$x = x_1$. Berbeda dengan garis vertikal, untuk garis horisontal rumus-rumus yang dituliskan tadi masih dapat digunakan. Garis horisontal yang melalui titik (x_1, y_1) mempunyai persamaan: $y = y_1$



5) Garis sejajar, tegak lurus dan berpotongan

Dua garis lurus yang terletak di satu bidang kemungkinan dapat saling berimpit, sejajar, tegak lurus dan berpotongan satu sama lain.

Sifat 1:

Dua garis lurus akan saling berimpit kalau persamaan garis yang satu merupakan kelipatan persamaan garis yang lain.

Sifat 2:

Dua garis akan sejajar bila curamnya sama.

Sifat 3:

Dua garis lurus akan saling berpotongan tegak lurus apabila curam garis yang satu merupakan kebalikan negatif dari curam garis yang lain, atau perkalian kedua curamnya sama dengan

- 1. Jadi garis $y = m_1x + b_1$ dan garis $y = m_2x + b_2$ akan berpotongan tegak lurus bila dipenuhi syarat $m_1 = -\frac{1}{m_2}$ atau $m_1 \cdot m_2 = -1$. Dua garis yang berpotongan, koordinat titik potongnya harus memenuhi kedua persamaan garis lurus. Koordinat titik potong ini diperoleh dengan mengerjakan kedua persamaan secara serempak.

Contoh 22:

Perpotongan antara garis $3x-4y+6=0$ dan garis $x-2y-3=0$ diperoleh dengan mengeliminir x yaitu mengalikan persamaan ke dua dengan -3 dan menambahkan dengan persamaan pertama.

$$3x - 4y + 6 = 0 \quad | \times 1 | \quad 3x - 4y + 6 = 0$$

$$x - 2y - 3 = 0 \quad | \times -3 | \quad -3x + 6y + 9 = 0$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ 2y + 15 = 0 \\ 2y = -15 \\ y = -7,5 \end{array}$$

Substitusi $y = -7,5$ ke dalam persamaan pertama

$$3x - 4(-7,5) + 6 = 0$$

$$3x + 30 + 6 = 0$$

$$x = -36$$

$$x = -12$$

Jadi titik potongnya adalah $(-12, -7,5)$.

Untuk menguji kebenarannya, koordinat titik potong ini dimasukkan ke dalam persamaan-persamaan tersebut. Bila memenuhi persamaan, maka artinya titik potong tersebut merupakan titik yang dicari.

$$\text{Persamaan 1 : } 3(-12) - 4(-7,5) + 6 = 0$$

$$-36 + 30 + 6 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\text{Persamaan 2: } -12 - 2(-7,5) - 3 = 0$$

$$-12 + 15 - 3 = 0$$

$$0 = 0$$

2. Rangkuman

Fungsi Linier mempunyai bentuk umum: $ax + by + c = 0$ di mana a dan b secara bersama-sama tidak bernilai nol. Grafik dari fungsi linier merupakan garis lurus. Setiap garis lurus mempunyai arah yang ditunjukkan oleh curam garis dan didefinisikan sebagai tangens dari sudut yang dibentuk oleh garis tersebut dengan sumbu x . Persamaan suatu garis lurus dapat dicari apabila diketahui koordinat dua titik yang berada di garis tersebut atau bila diketahui curam garisnya dan sebuah titik. Persamaan garis yang melalui titik $A(x_1, y_1)$ dan titik $B(x_2, y_2)$ adalah:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Persamaan garis melalui $A(a, 0)$ dan $B(0, b)$ adalah persamaan

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$

Persamaan garis lurus yang curamnya m dan melalui titik (x_1, y_1) adalah persamaan: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

- Dua buah garis lurus yaitu $y = m_1x + a$ dan $y = m_2x + b$ akan:
- berimpit bila $m_1 = m_2$ dan $a = b$
- sejajar bila $m_1 = m_2$

- berpotongan tegak lurus bila $m_1 \cdot m_2 = -1$
- berpotongan bila $m_1 \neq m_2$

3. Soal Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Dari titik-titik berikut ini, tentukan mana yang terletak di garis $2x+y-9=0$
 - A. $((0,5),8)$
 - B. $(4,1)$
 - C. $(5,2)$
 - D. $(3,3)$
 - E. $(9,-9)$
- 2) Gambarkan garis-garis berikut ini :
 - A. $4x - 3y = 12$
 - B. $y = 25 - 2x$
- 3) Tentukan persamaan garis yang melalui titik-titik
 - A. $(2, 1)$ dan $(4, 5)$
 - B. $(0, 0)$ dan $(3, 4)$
 - C. $(-2, 3)$ dan $(2, -3)$
 - D. $(-5, 2)$ dan $(4, 1)$
 - E. $(0, 8)$ dan $(5, 0)$
- 4) Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(4, 3)$ dan mempunyai curam :
 - A. $m = -2$
 - B. $m = 0$
 - C. $m = 1$
 - D. $m = 6$
- 5) Tunjukkan hubungan (apakah berpotongan, berimpit atau sejajar) antara garis $3x - 4y - 8 = 0$ dengan garis
 - A. $y = 34x - 2$
 - B. $2x + 23y + 1 = 0$
 - C. $y = 5 - 3x$
 - D. $6y = 8x + 16$

FUNGSI LINIER DALAM EKONOMI

1. Penyajian Materi

Matematika adalah suatu alat untuk menyederhanakan penyajian dan pemahaman suatu masalah. Dengan menggunakan bahasa matematika, penyajian suatu masalah menjadi lebih sederhana sehingga mudah untuk dipahami, dianalisis serta dipecahkan. Di dalam ilmu ekonomi yang berkembang dengan pesat, berbagai konsep matematika digunakan sebagai alat analisis. Salah satu konsep di antaranya adalah fungsi linier. Bila dalam modul-modul sebelumnya secara ringkas telah disajikan model-model matematika murni, maka modul ini menyajikan penerapan model matematika itu dalam konsep ekonomi dan disertai contoh-contoh praktisnya.

Dengan mempelajari modul ini, Anda mendapat banyak manfaat. Selain lebih memahami konsep-konsep matematika juga akan memudahkan Anda dalam mempelajari teori ekonomi mikro dan makro.

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan, mampu untuk memahami penggunaan fungsi linier sebagai alat untuk menjelaskan beberapa konsep ekonomi. Secara khusus Anda diharapkan mampu untuk:

1. menjelaskan fungsi permintaan dan fungsi penawaran;
2. menghitung harga dan jumlah keseimbangan;
3. menjelaskan pengaruh pajak dan subsidi;
4. menjelaskan fungsi konsumsi dan fungsi tabungan.

A. Fungsi permintaan

Dalam ilmu ekonomi, konsep tentang permintaan merupakan bagian yang penting. Fungsi permintaan adalah persamaan yang menunjukkan hubungan antara jumlah sesuatu barang yang diminta dan semua faktor-faktor yang mempengaruhinya. Fungsi permintaan akan sesuatu barang dapat ditunjukkan oleh persamaan:

$$Q_x = f(P_x, P_y, P_z, M, S)$$

di mana :

Q_x = Jumlah barang X yang diminta

P_x = harga barang X

P_y = harga barang Y

P_z = harga barang z

M = pendapatan konsumen

S = selera konsumen

Pada Contoh di atas, fungsi permintaan tidak dapat disajikan dengan diagram dua dimensi. Diagram dua dimensi hanya dapat digunakan untuk menggambar grafik fungsi yang mengandung dua variabel saja. Suatu fungsi yang mengandung tiga variabel grafiknya harus menggunakan diagram tiga dimensi. Agar fungsi permintaan dapat digambarkan grafiknya, maka faktor-faktor selain jumlah yang diminta dan harga barang tersebut dianggap tidak berubah selama dilakukan analisis. Faktor-faktor yang dianggap tetap ini disebut *ceteris paribus*.

Dengan anggapan *ceteris paribus* tersebut, sekarang bentuk fungsi menjadi lebih sederhana karena hanya terdiri dari dua variabel yaitu variabel harga dan variabel jumlah yang diminta. Faktor-faktor yang dianggap tetap pengaruhnya dapat dilihat dari besarnya konstanta pada persamaan permintaan. Fungsi permintaan tunduk pada hukum permintaan yang mengatakan bahwa "bila harga suatu barang naik, maka *ceteris paribus* jumlah yang diminta konsumen akan barang tersebut turun; dan sebaliknya bila harga barang turun, maka jumlah barang yang diminta akan bertambah".

Bila hukum permintaan itu dipenuhi, maka fungsi permintaan mempunyai curam yang nilainya negatif. Di dalam grafik, sumbu Y digunakan untuk harga per unit dan sumbu X digunakan untuk jumlah barang yang ditawarkan. (Ingat cara penggambaran ini menyimpang dari cara yang lazimnya digunakan dalam matematika).

Contoh 1:

Sepuluh jam tangan merek tertentu akan terjual kalau harganya (dalam ribuan) Rp80,00 dan 20 jam tangan akan terjual bila harganya Rp 60,00. Tunjukkan bentuk fungsi permintaannya dan gambarkan grafiknya.

$Q_1 = 10$, $P_1 = 80$ dan $Q_2 = 20$, $P_2 = 60$.

Rumus yang digunakan

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Dengan mengganti X dengan Q dan Y dengan P, maka

$$P - P_1 = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1} (Q - Q_1)$$

$$P - 80 = \frac{60 - 80}{20 - 10} (Q - 10)$$

$$P - 80 = -2(Q - 10)$$

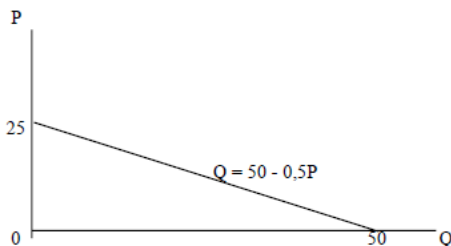
$$P - 80 = -2Q + 20 \text{ atau } 2Q + P - 100 = 0$$

Persamaan di atas biasanya ditulis dalam bentuk

$$Q = \frac{100 - P}{2} \text{ atau } Q = 50 - 0,5P$$

Ditulis demikian karena Q merupakan variabel tak bebas dan P adalah variabel bebasnya.

Gambar grafiknya



Contoh 2:

Suatu fungsi permintaan ditunjukkan oleh persamaan

$$Q = 25 - 5P.$$

Pertanyaan:

1. Berapakah jumlah yang diminta bila harga permintaannya Rp3,00?
2. Misalkan jumlah yang diminta adalah 18 unit, berapakah tingkat harga yang berlaku?
3. Kalau barang tersebut adalah barang bebas (tidak mempunyai harga), berapakah jumlah yang diperlukan oleh konsumen?
4. Berapakah harga tertinggi yang mau dibayar oleh konsumen?

Jawaban:

Fungsi permintaan $Q = 25 - 5P$

1. Masukkan $P = 3$ ke dalam persamaan, maka
 $Q = 25 - 5(3) = 25 - 15 = 10$. Jadi jumlah yang diminta pada harga Rp3,00 per unit adalah 10 unit.
2. Jumlah yang diminta 18 unit, atau $Q = 18$. Masukkan $Q = 18$ ke dalam persamaan:
$$18 = 25 - 5P$$
$$5P = 25 - 18$$
$$5P = 7$$
$$P = \frac{7}{5}$$
$$= 1,4$$
3. Bila barang tersebut barang bebas maka $P = 0$ Untuk $P = 0$ maka:
 $Q = 25 - 5(0)$
$$= 25.$$

Jadi jumlah maksimum yang dibutuhkan konsumen adalah 25 unit
4. Jika sangat tinggi, maka konsumen tidak mau membeli barang tersebut. Tidak ada barang yang dibeli

ditunjukkan oleh $Q = 0$ ke dalam persamaan, maka diperoleh:

$$0 = 25 - 5P$$

$$5P = 25$$

$$P = \frac{25}{5}$$

$$P = 5$$

Pada tingkat harga adalah Rp5,00 tidak ada yang dibeli oleh konsumen.. Jadi harus kurang dari Rp5,00 per unit agar ada barang yang dibeli oleh konsumen.

B. Fungsi penawaran

Fungsi penawaran menghubungkan harga barang di pasar dengan jumlah barang yang ditawarkan produsen. Menurut hukum penawaran, pada umumnya bila harga suatu barang naik maka ceteris paribus (faktor-faktor lain dianggap tetap) jumlah yang ditawarkan akan naik. Curam kurva penawaran umumnya positif. Dalam kasus-kasus tertentu mungkin juga dapat terjadi bahwa curam kurva penawaran nol atau tak terhingga. Seperti halnya pada kurva permintaan, sumbu y digunakan untuk harga barang setiap unitnya dan sumbu x untuk jumlah barang yang ditawarkan. Bentuk umum fungsi penawaran:

$$Q = a + Bp$$

Contoh 3:

Jika harga kamera jenis tertentu Rp 65,00 (dalam ribuan), maka ada 125 kamera yang tersedia di pasar. Kalau harganya Rp 75,00 maka di pasar akan tersedia 145 kamera. Tunjukkan persamaan penawarannya!

Rumus yang dapat digunakan adalah persamaan :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Kemudian simbol untuk Y diganti P dan X diganti Q

$$P_1 = 65 \quad Q_1 = 125 \quad \text{dan} \quad P_2 = 75 \quad Q_2 = 145$$

Masukkan ke dalam rumus :

$$P-65 = \frac{75-65}{145-125} (Q-125)$$

$$P-65 = \frac{10}{20} (Q-125)$$

$$P-65 = \frac{1}{2} Q + 62 \frac{1}{2}$$

$$P = \frac{1}{2} Q + 2 \frac{1}{2}$$

Jadi persamaan penawarannya adalah:

$$P = \frac{1}{2} Q + 2 \frac{1}{2} \text{ atau } Q = 2P - 5$$

Contoh 4:

Seandainya untuk suatu jenis barang tertentu fungsi penawarannya

ditunjukkan oleh persamaan

$$Q = 3P - 2$$

Pertanyaan:

1. Pada tingkat harga 5, berapakah jumlah yang ditawarkan?
2. Jika produsen bersedia menawarkan sebanyak 10, berapa harga per unit barang tersebut?
3. Berapakah harga terendah yang produsen mau menjual barangnya?

Persamaan penawaran: $Q = 3P - 2$

1. Bila harga = 5, maka masukkan $P = 5$ ke dalam persamaan:

$$Q = 3(5) - 2$$

$$= 15 - 2$$

$$= 13$$

Jadi jumlah yang ditawarkan = 13 unit.

2. Untuk $Q = 10$, maka masukkan ke dalam persamaan
 $10 = 3P - 2$

$$-3P = -10 - 2$$

$$3P = 12$$

$$P = 4$$

Jadi harga barang tersebut adalah 4.

3. Pada saat produsen tidak bersedia menawarkan barangnya dapat diberi simbol $Q = 0$, dan itu terjadi pada

$$0 = 3P - 2$$

$$-3P = -2$$

$$\text{atau } P = \frac{2}{3}$$

Jadi harga terendah yang produsen mau menjual barangnya harus pada tingkat harga yang lebih tinggi dari $\frac{2}{3}$.

Fungsi permintaan dan fungsi penawaran bersama-sama membentuk keseimbangan pasar. Keseimbangan pasar terjadi apabila jumlah barang yang ditawarkan sama dengan jumlah barang yang diminta dan harga yang ditawarkan sama dengan harga yang diminta. Keseimbangan ditunjukkan oleh koordinat titik potong antara kurva penawaran dan kurva permintaan. Secara aljabar, jumlah keseimbangan dan harga keseimbangan diperoleh dengan mengerjakan persamaan penawaran dan persamaan permintaan secara serempak.

Contoh 5:

Dapatkan titik keseimbangan dari fungsi permintaan $P_d = 10 - 2Q_d$ dan fungsi penawaran.

$$P_s = \frac{3}{2} Q_s + 1$$

di mana :

P_d = harga yang diminta,

Q_d = adalah jumlah yang diminta

P_s = adalah harga yang ditawarkan

Q_s = adalah jumlah yang ditawarkan

Keseimbangan pasar akan terjadi apabila dipenuhi syarat:

$$Q_d = Q_s \text{ dan } P_d = P_s$$

Karena syarat tersebut di atas harus dipenuhi, maka sekarang kita dapat mengabaikan subscript yang ada pada variabel Q dan P sehingga kedua persamaan dapat ditulis menjadi:

$$P = 10 - 2Q$$

$$P = \frac{3}{2} Q_s + 1$$

Dengan cara substitusi, diperoleh:

$$10 - 2Q = \frac{3}{2} Q + 1$$

$$P_s = \frac{3}{2} Q_s + 1$$

$$-\frac{3}{2} Q - 2Q = 1 - 10$$

$$-\frac{7}{2} Q = -9$$

$$Q = 2\frac{4}{7}$$

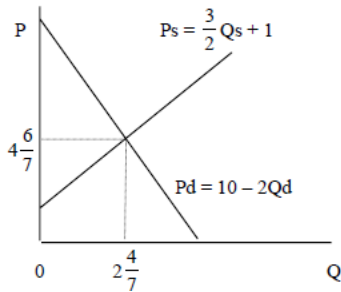
$$P = 10 - 2Q$$

$$P = 10 - 2\left(2\frac{4}{7}\right)$$

$$P = 10 - 5\frac{1}{7}$$

$$P = 4\frac{6}{7}$$

Jadi keseimbangan tercapai pada tingkat harga $4\frac{6}{7}$ dan jumlah $2\frac{4}{7}$



Contoh 6:

Dapatkan titik keseimbangan dari persamaan permintaan dan persamaan penawaran berikut ini.

$$P_d = 6 - Q_d$$

$$P_s = 10 + Q_s$$

Keseimbangan tercapai apabila $Q_s = Q_d$ atau $P_s = P_d$

Jadi dengan cara substitusi dapat dicari:

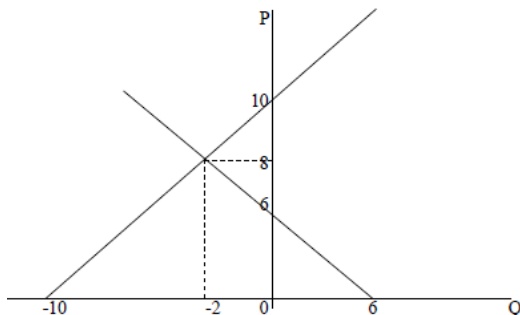
$$6 - Q = 10 + Q$$

$$-2Q = 4$$

$$Q = -2$$

$$P = 6 - (-2) = 8$$

Dalam contoh ini keseimbangan tidak tercapai karena jumlah keseimbangannya bernilai negatif atau perpotongan antara kurve permintaan dan penawaran tidak terjadi pada kuadran I. Gambarnya dalam grafik adalah sebagai berikut:



Kurve seperti yang ditunjukkan di atas dapat terjadi pada suatu jenis barang yang ditawarkan pada tingkat harga yang tinggi sehingga harga terendah dari penawarannya pun sudah melebihi harga tertinggi yang konsumen masih mau beli.

C. Pajak dan subsidi

Ceteris paribus (faktor-faktor yang dianggap tetap) dalam fungsi penawaran adalah teknologi, pajak dan subsidi. Apa yang terjadi kalau pemerintah mengenakan pajak atau subsidi ?. Bila faktor-faktor yang dianggap tetap itu berubah, maka fungsi penawaran akan berpindah tempat atau bergeser. Misalkan pemerintah mengenakan pajak terhadap rokok yang dijual (cukai tambahan). Jenis pajak ini dikenakan pada setiap bungkus rokok yang terjual dan besarnya pajak yang dikenakan untuk setiap bungkus misalnya t , maka produsen berusaha untuk menggeser beban pajak tersebut kepada konsumen dengan cara menaikkan harga sebesar pajak yang harus dibayar kepada pemerintah. Tindakan seperti ini sama saja dengan menggeser kurva penawaran ke atas sebesar pajak (t) yang dikenakan. Dengan adanya pajak maka posisi keseimbangan berubah karena produsen menawarkan harga jual yang lebih tinggi. Akibatnya, harga keseimbangan yang tercipta menjadi lebih tinggi dari harga keseimbangan sebelum ada pajak dan jumlah keseimbangannya pun menjadi lebih sedikit.

Contoh 7:

Bila fungsi permintaan dan penawaran akan suatu barang ditunjukkan oleh persamaan:

$$Q_d = 15 - P_d \text{ dan } Q_s = 2P_s - 6$$

Pajak yang dikenakan oleh pemerintah Rp 3,00 per unit. Berapa harga dan jumlah keseimbangan sebelum dan sesudah ada pajak ?

Sebelum pajak, keseimbangan tercapai bila $P_d = P_s$ dan $Q_d = Q_s$ atau

$$15 - P = 2P - 6$$

$$-3P = -21$$

$$P = 7$$

$$Q = 15 - P$$

$$Q = 15 - 7$$

$$Q = 8$$

Jadi harga keseimbangan $P = 7$ dan jumlah keseimbangan $Q = 8$. Setelah ada pajak, fungsi permintaan tidak berubah yaitu:

$$Q_d = 15 - P_d$$

Fungsi penawaran yang baru:

$$Q_s = 2(P_{s1} - 3) - 6.$$

atau

$$Q_s = 2P_{s1} - 6 - 6.$$

$$Q_s = 2P_{s1} - 12$$

Keseimbangan yang baru tercapai bila

$$P_d = P_{s1} \text{ dan } Q_d = Q_s.$$

$$15 - P = 2P - 12.$$

$$-3P = -27$$

$$P = 9$$

$$Q = 15 - P$$

$$Q = 15 - 9$$

$$Q = 6$$

Keseimbangan yang baru terjadi pada $P = 9$ dan $Q = 6$. Dari contoh di atas ternyata pajak menyebabkan harga jual menjadi lebih tinggi. Hal ini disebabkan produsen berusaha untuk menggeser beban pajak ke konsumen.

Sebenarnya produsen menginginkan agar seluruh beban pajak itu ditanggung oleh konsumen. Akan tetapi dalam kenyataannya konsumen tidak menanggung seluruh beban pajak. Ini berarti ada Sebagian pajak yang masih harus ditanggung oleh produsen. Beban pajak yang ditanggung oleh konsumen besarnya merupakan selisih antara harga keseimbangan setelah ada pajak dengan harga keseimbangan sebelum ada pajak. Dari contoh di atas, beban pajak yang ditanggung oleh konsumen = $P_2 - P_1 = 9 - 7 = 2$. Sisa pajak (yaitu selisih antara besar pajak yang dikenakan dengan bagian pajak yang ditanggung oleh konsumen), menjadi tanggungan produsen. Beban pajak yang ditanggung produsen = $t - (P - P_1) = 3 - 2 = 1$.

Pajak yang dikenakan pemerintah pada setiap unit barang yang dijual diterima oleh pemerintah. Jumlah pajak yang diterima oleh pemerintah dapat dihitung dengan mengalikan jumlah unit barang yang dijual dikalikan dengan besarnya pajak yang dikenakan untuk setiap unitnya. Jumlah keseimbangan setelah pajak adalah 6, dan besarnya pajak untuk setiap unit barang yang dijual adalah 3. Jadi penerimaan pemerintah dari pajak = $6 \times 3 = 18$. Subsidi merupakan kebalikan pajak dan menyebabkan harga jual barang tersebut menjadi lebih murah karena biaya produksi menjadi lebih ringan. Akibatnya setelah dilakukan subsidi harga keseimbangannya menjadi lebih rendah dari pada sebelumnya dan jumlah keseimbangan menjadi lebih banyak.

Contoh 8:

Fungsi permintaan dan penawaran sesuatu barang ditunjukkan oleh persamaan:

$$Q_d = 10 - P_d \text{ dan } Q_s = -6 + 2P_s$$

Pemerintah mengenakan subsidi sebesar

Rp 2,00 untuk setiap unit barang yang dijual.

Pertanyaan:

- Hitung harga dan jumlah keseimbangan sebelum ada subsidi!
- Hitung harga dan jumlah keseimbangan setelah ada subsidi!
- Berapakah bagian subsidi yang dinikmati oleh produsen?
- Berapakah pengeluaran pemerintah untuk subsidi?
- Gambarkan grafiknya!

Jawaban:

- Persamaan permintaan dan penawaran sebelum ada subsidi :

$$Q_d = 10 - P_d$$

$$Q_s = -6 + 2P_s$$

Keseimbangan tercapai bila

$$P_d = P_s \text{ dan } Q_d = Q_s.$$

Jadi :

$$Q = 10 - P$$

$$Q = -6 + 2P$$

$$10 - P = -6 + 2P$$

$$-3P = -16$$

$$P = 5\frac{1}{3}$$

$$Q = 10 - P$$

$$Q = 10 - 5\frac{1}{3}$$

$$Q = 4\frac{2}{3}$$

Jadi harga keseimbangan $P_1 = 5\frac{1}{3}$ dan jumlah keseimbangan $Q_1 = 4\frac{2}{3}$

- Setelah ada subsidi sebesar $S = 2$ Persamaan permintaan:

$$Q_d = 10 - P_d$$

Persamaan penawaran:

$$Q_s = -6 + 2 (P'_s + s) \text{ atau}$$

$$Q_s = -6 + 2 P'_s + 4$$

$$Q_s = -2 + 2 P'_s$$

Keseimbangan baru tercapai bila $P_d = P'_s$ dan

$$Q_d = Q_s$$

$$Q = 10 - P$$

$$Q = -2 + 2P$$

$$10 - P = -2 + 2P$$

$$-3P = -12$$

$$P = 4$$

$$Q = 10 - P$$

$$Q = 10 - 4 = 6$$

Jadi setelah ada subsidi, harga keseimbangan $P_2 = 4$ dan jumlah

keseimbangan $Q_2 = 6$.

- c. Bagian subsidi yang dinikmati oleh konsumen

$$P_1 - P_2 = 5\frac{1}{3} - 4 = 1\frac{1}{3}$$

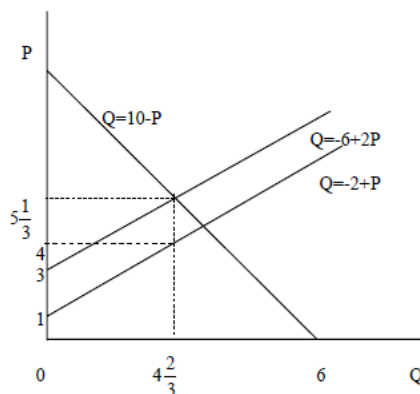
Bagian subsidi yang dinikmati oleh produsen=

$$S - (P_1 - P_2) = 2 - 1\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

- d. Pengeluaran pemerintah untuk subsidi:

$$Q_2 \times S = 6 \times \frac{2}{3} = 4$$

- e. Gambar grafiknya :



D. Fungsi dan Tabungan

Seorang ahli dalam ilmu ekonomi yaitu Keynes mempunyai pendapat bahwa pengeluaran seseorang untuk konsumsi dipengaruhi oleh pendapatannya. Semakin tinggi tingkat pendapatannya maka tingkat konsumsinya juga semakin tinggi. Sejalan dengan pemikiran tersebut, kiranya mudah untuk dimengerti bahwa seseorang yang tingkat pendapatannya semakin tinggi, semakin besar pula tabungannya karena tabungan merupakan bagian dari pendapatan yang tidak dikonsumsi. Secara matematis, hubungan fungsional antara konsumsi dan pendapatan dapat ditulis:

$$C = f(Y) \text{ atau } C = a + bY \quad (a > 0, b > 0)$$

di mana:

C = pengeluaran untuk konsumsi

a = besarnya konsumsi pada saat pendapatannya nol

b = MPC yaitu besarnya tambahan konsumsi karena adanya tambahan pendapatan.

Y = pendapatan.

Pendapatan (Y) digunakan untuk konsumsi (C) dan tabungan (S), atau

$$Y = C + S$$

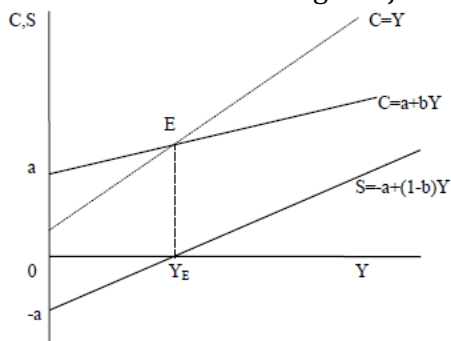
$$S = Y - C$$

$$S = Y - (a + bY)$$

$$S = Y - a - bY$$

$$S = -a + (1 - b)Y$$

$(1 - b)$ disebut hasrat menabung marjinal (MPS).



Keterangan:

a adalah perpotongan antara fungsi dengan sumbu vertikal C

C = Y adalah garis impas karena semua titik pada garis tersebut menunjukkan bahwa semua pendapatan tepat habis dikonsumsi.

E adalah titik impas yaitu titik perpotongan antara garis konsumsi dengan garis impas. Pada titik tersebut semua pendapatan dikonsumsi habis atau $S = 0$.

OY_E adalah besarnya pendapatan yang hanya cukup untuk konsumsi.

Contoh 9:

Bila diketahui bahwa fungsi konsumsi ditunjukkan oleh persamaan $C = 10 + 0,75 Y$, maka carilah fungsi tabungannya. Berapakah besarnya konsumsi pada saat tabungan sama dengan nol. Gambarkan grafik fungsi konsumsinya dan fungsi tabungannya!

$$\text{Tabungan} = S = Y - C$$

$$S = Y - (10 + 0,75 Y)$$

$$S = -10 + 0,25 Y$$

Pada tabungan = 0, maka:

$$0 = -10 + 0,25 Y$$

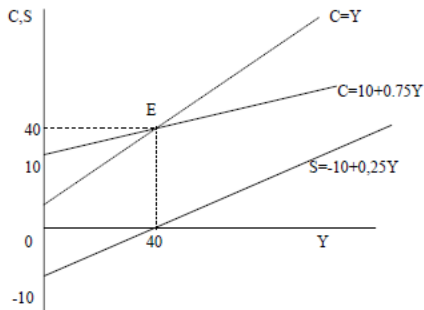
$$-0,25 Y = -10$$

$$Y = 40$$

$$Y = C + S \text{ pada saat } S = 0, \text{ maka } Y = C.$$

Jadi besarnya konsumsi pada saat tabungan nol adalah 40.

Gambar grafiknya:



Contoh 10:

Pak Santosa mengatakan bahwa pada saat menganggur ia harus mengeluarkan

Rp 30.000,00 untuk kebutuhannya sebulan. Sekarang setelah bekerja dengan penghasilan Rp 100.000,00 bisa menabung Rp10.000,00 per bulan. Berapakah tabungannya perbulan bila penghasilannya telah mencapai Rp120.000,00 perbulan?

Saat pak Santosa menganggur berarti penghasilannya (Y) = 0 dan konsumsinya = Rp30.000,00. Andaikan fungsi konsumsinya adalah $C = a + bY$, maka $a = \text{Rp}30.000,00$ atau $C = 30.000 + bY$.

Pada tingkat penghasilan Rp100.000 tabungan (S) = Rp 10.000 berarti

$$\begin{aligned} C &= \text{Rp}100.000,00 - \text{Rp}10.000,00 \\ &= \text{Rp}90.000,00 \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan $Y = 100.000$ dan

$C = 90.000$ ke dalam

persamaan $C = 30.000 + bY$ diperoleh:

$$90.000 = 30.000 + b(100.000)$$

$$- 100.000 b = - 60.000$$

$$b = \frac{60000}{100000}$$

Jadi persamaan konsumsinya adalah:

$$C = 30.000 + 0,6Y$$

Pada tingkat pendapatan (Y) = 120.000, maka

$$C = 30.000 + 0,6 (120.000).$$

$$C = 30.000 + 72.000$$

$$C = 102.000$$

$$S = Y - C$$

$$S = 120.000 - 102.000$$

$$S = 18.000$$

Jadi tabungan pak Santosa pada saat penghasilannya mencapai Rp120.000,00 adalah Rp18.000,00 per bulan.

Untuk memperoleh persamaan konsumsi dapat pula digunakan rumus persamaan garis yang melalui 2 titik :

$$Y - Y_1 = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} (X - X_1)$$

Sumbu Y digunakan untuk konsumsi dan sumbu X untuk pendapatan, sehingga persamaan menjadi:

$$C - C_1 = \frac{C_2 - C_1}{Y_2 - Y_1} (Y - Y_1)$$

$$C_1 = 30000; Y_1 = 0$$

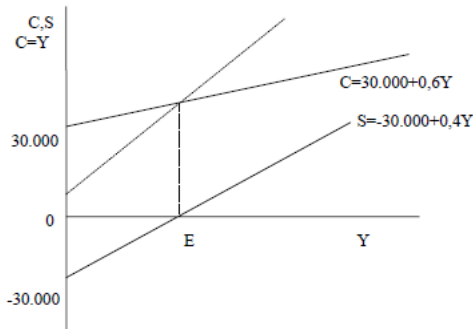
$$C_2 = 90000; Y_2 = 100000$$

$$C - 30000 = \frac{90000 - 30000}{100000 - 0} (Y - 0)$$

$$C - 30000 = \frac{60000}{100000} Y$$

atau

$$C = 30.000 + 0,6 Y$$



2. Rangkuman

Fungsi permintaan adalah persamaan yang menunjukkan hubungan antara jumlah sesuatu barang yang diminta dan harga barang tersebut. Fungsi penawaran menghubungkan antara harga barang di pasar dengan jumlah barang yang ditawarkan. Fungsi permintaan bersama-sama fungsi penawaran membentuk harga dan jumlah keseimbangan (keseimbangan pasar). Bila pemerintah mengenakan pajak atau subsidi maka kurva penawaran akan bergeser dan harga serta jumlah keseimbangan akan berubah. Pengenaan pajak akan berakibat bergesernya kurva penawaran ke atas dan sebaliknya subsidi akan menyebabkan kurva penawaran bergeser ke bawah.

3. Soal Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Suatu fungsi permintaan ditunjukkan oleh persamaan $Q = 100 - 5P$.
 - a. Berapakah jumlah yang diminta bila harganya adalah 50 dan 16?
 - b. Berapakah harga yang diminta bila jumlah yang diminta adalah 19 dan 10?
 - c. Berapakah jumlah maksimum yang dibutuhkan konsumen?
 - d. Gambarkan kurvanya!

- 2) Fungsi penawaran suatu barang ditunjukkan oleh persamaan $Q = 2P - 1$.
 - a. Berapakah jumlah yang ditawarkan bila harganya adalah 2 dan 10?
 - b. Berapakah harga yang ditawarkan bila jumlah yang ditawarkan adalah 25 dan 100?
 - c. Berapakah harga terendah yang produsen bersedia untuk menjual barangnya?
 - d. Gambarkan kurvanya!
- 3) Bila fungsi permintaan untuk suatu barang ditunjukkan oleh persamaan $Q = 10 - 3P$ dan penawarannya $Q = 2P - 1$.
 - a. Berapakah harga dan jumlah keseimbangannya?
 - b. Buatlah gambar grafik fungsi-fungsi tersebut di atas!
- 4) Bila ditentukan kurva permintaan $Q = 20 - 2P$ dan kurva penawaran $Q = -4 + 3P$.
 - a. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangannya?
 - b. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan yang baru bila pemerintah mengenakan pajak sebesar Rp 2,00?
 - c. Berapakah beban pajak yang ditanggung konsumen dan berapakah beban pajak yang ditanggung produsen?
 - d. Berapakah penerimaan pemerintah dari pajak?
 - e. Gambarkan grafiknya!
- 5) Bila ditentukan kurva permintaan dan penawaran seperti pada soal nomor 4.
 - a. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan bila pemerintah memberikan subsidi sebesar Rp 1,00 per unitnya?
 - b. Berapakah bagian subsidi yang dinikmati konsumen dan berapa yang dinikmati produsen?
 - c. Gambarkan grafiknya!

FUNGSI NON LINIER DAN PENERAPAN DALAM BIDANG EKONOMI

1. Penyajian Materi

Fungsi non-linier merupakan bagian yang penting dalam matematika untuk ekonomi, karena pada umumnya fungsi-fungsi yang menghubungkan variabel-variabel ekonomi bentuknya tidak linier. Oleh sebab itu dengan mempelajari bentuk-bentuk fungsi non- linier dan memahami sifat-sifatnya akan sangat bermanfaat dalam mendalami teoriteori ekonomi. Model-model persamaan yang dipilih untuk diterapkan dapat dilakukan lebih tepat dan mendekati keadaan yang sebenarnya. Fungsi nonlinier merupakan fungsi yang banyak sekali digunakan dalam ekonomi, karena lebih mendekati keadaan nyata.

Banyak masalah dalam ilmu ekonomi yang menggunakan fungsi non-linier sebagai model, khususnya persamaan-persamaan kuadrat. Meskipun demikian tidak semua aplikasinya dimuat dalam modul ini. Aplikasi fungsi kuadrat yang dibicarakan, dibatasi untuk fungsi permintaan dan penawaran.

Persamaan derajat dua: Bentuk umum, persamaan derajat dua dalam x dan y adalah :

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Ex + F = 0$ bila harga $B = C = F = 0$ maka diperoleh persamaan derajat dua dalam x yang biasanya ditulis $ax^2 + bx + c = 0$

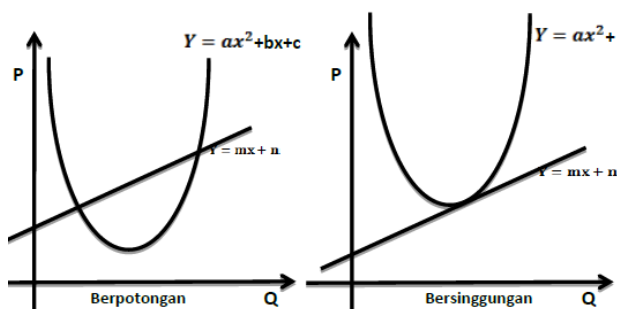
Contoh-contoh persamaan derajat dua dalam x dan y antara lain:

1. $y = ax^2$; $x = ay^2$; $y = ax^2 + bx + c$;

- $x = py^2 + qy + r$ (parabola)
2. $x^2 + y^2 = r^2$ (Lingkaran).
3. $\frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} = 1$ (Elips)
4. $\frac{x}{a^2} - \frac{y}{b^2} = 1$ (Hiperbola)

Dalam bab ini lebih ditekankan dalam fungsi kuadrat:

1. Bentuk umum:
 - a. $y = ax^2 + bx + c$ atau $Ay^2 + By^2 + Cx + D = 0$
 - b. $x = py^2 + qy + r$ atau $Px^2 + Qy^2 + Ry + S = 0$
2. Hubungan antara fungsi kuadrat (parabola) dengan fungsi linier



A. Fungsi Kuadrat dalam Ekonomi

Pada umumnya apa yang dicantumkan pada penggunaan fungsi linier dalam ekonomi juga berlaku dalam kasus ini. Misalnya:

1. Fungsi Permintaan : $Q = -P^2 + 2P - 10$
2. Fungsi Total Revenue : $TR = 20Q - Q^2$
3. Fungsi Marginal Cost : $MC = 20 + 4Q + Q^2$

Demikian juga penggunaan hubungan antara garis dengan parabola dapat dijumpai pada waktu membicarakan masalah keseimbangan. Namun demikian pula apabila kita telah mengenal derivatif, persoalan yang berhubungan

dengan fungsi kuadrat atau fungsi non linier lainnya lebih mudah dipecahkan. Kasus mengenai fungsi non linier lebih banyak dijumpai dalam pembicaraan pada bab derivatif (aplikasi derivatif dalam ekonomi).

Contoh 1:

1. Seorang bersedia membeli sejumlah barang “A” pada berbagai tingkat harga, seperti tabel di bawah ini:

Harga/Unit	Jumlah barang A yang dibeli
15	50
30	40
45	30

Pertanyaan:

- a. Bagaimana persamaan permintaan akan barang tersebut.
- b. Berapa jumlah barang yang akan dibeli oleh orang kalau harga barang adalah Rp 42/unit.
- c. Berapa harga barang tersebut harus dia bayar, kalau dia bersedia membeli 22 unit (dengan anggapan orang tersebut adalah pembeli tunggal).

Jawaban:

- a. Misal harga = P Jumlah barang = Q

Keadaan 1 : $P = 15Q = 50$

Keadaan 2 : $P = 30Q = 40$

Keadaan 3 : $P = 45Q = 30$

Diambil keadaan 1 dan 3, maka dengan menggunakan rumus:

$$\frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{P - P_1}{P_2 - P_1}$$

$$\frac{Q - 50}{30 - 50} = \frac{P - 15}{45 - 15}$$

$$30(Q-15)=-20(P-15)$$

$$3Q-150=-2P+30$$

$$2P=-3P+180$$

$$P = -\frac{3}{2}Q + 90$$

Persamaan permintaan barang A adalah:

$$P = -\frac{3}{2}Q + 90$$

Dimana P adalah harga sedangkan Q adalah jumlah barang.

- b. Kalau harga barang A adalah 42/unit maka

P = 42 persamaan permintaan adalah:

$$P = -\frac{3}{2}Q + 90$$

Bila P = 42 maka

$$42 = -\frac{3}{2}Q + 90$$

$$\frac{3}{2}Q = 32$$

$$Q = 32$$

Jadi bila harga = 42/unit, barang A yang akan dibeli adalah sebesar Q = 32 unit.

- c. Bila orang yang bersangkutan hanya bersedia membeli 22 unit (dengan anggapan ia adalah pembeli tunggal).

Maka berarti Q = 22. Persamaan permintaan adalah:

$$P = -\frac{3}{2}Q + 90$$

Jika Q = 22 maka persamaan permintaan menjadi:

$$P = -\frac{3}{2}(22)Q + 90$$

$$P = 57$$

Jadi jika jumlah barang yang dibeli hanya 22 unit maka harga keseimbangan adalah $P = 57/\text{unit}$.

Contoh 2:

2. Diketahui: fungsi permintaan $D : Q = 25 - 2P$

Fungsi penawaran $D : Q = P - 2$

Pertanyaan

- Harga dan kuantitas keseimbangan.
- Bila kemudian dikenakan pajak 0,5 per unit; tentukan harga dan kuantitas keseimbangan setelah pajak dan total pajak yang diterima pemerintah.
- Gambarkan keadaan di atas.

Jawaban:

a. Keseimbangan terjadi bila $D = S$

$$25 - 2P = P - 2$$

$$27 = 3P$$

$$P_e = \frac{27}{3} = 9 \text{ (harga keseimbangan)}$$

$$Q = P - 2$$

$$Q_e = 9 - 2 = 7 \text{ (kuantitas keseimbangan)}$$

b. Dikenakan pajak $t=0,5$

$$Q_t = Q = -2 + (P - t) = -2 + P - 0,5$$

$$Q_t = 2,5 + P$$

Keseimbangan baru : $D = S_t$

$$25 - 2P = 2,5 + P$$

$$27,5 = 3P$$

$$25 - 2P = 2,5 + P$$

$$P_{E1} = 9,17 \text{ (harga keseimbangan pajak)}$$

$$Q_{E1} = 9,17 - 2 = 7,17 \text{ (kuntitas keseimbangan setelah pajak)}$$

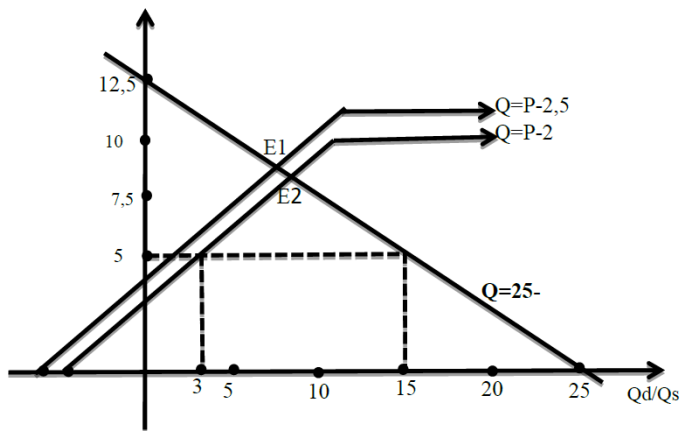
$$T_x = t \cdot Q = 0,5 \times 7,17 = 3,585 \text{ (total pajak yang diterima pemerintah)}$$

c. Tabel

P	Q	Q
0	25	-2
5	15	3

Q_d : Jumlah yang diterima

Q_s : Jumlah yang ditawarkan



Contoh 3:

Diketahui:

Fungsi permintaan : $P = 30 - 4Q$

Fungsi penawaran : $P = 6 + \frac{3}{2}Q$

P = harga; Q = kuantitas.

Pemerintah memungut pajak penjualan sebesar 15% dari tingkat harga.

Pertanyaan:

- Harga dan kuantitas keseimbangan sebelum pajak
- Harga dan kuantitas keseimbangan sesudah pajak
- Berapakah penerimaan pemerintah dari pajak

Jawab:

- Sebelum pajak

$$P = 30 - 4Q$$

$$P = 6 + \frac{3}{2}Q$$

$$O = 24 + 4\frac{3}{2}Q$$

$$Q_E = 5\frac{1}{7}$$

$$O = 24 + 4\frac{3}{2}Q$$

$$P = 30 - 4\left(5\frac{1}{7}\right) = 30 - 4\left(\frac{36}{7}\right)$$

$$P_E = 9\frac{3}{7}$$

b. Sesudah pajak

Fungsi penawaran setelah pajak

$$P = (1 + t).f(Q)$$

$$= (1 + 0,15) - 4\left(6 - \frac{2}{3}Q\right)$$

$$= (1,15)\left(6 + \frac{2}{3}Q\right) = 6,90 + 0,77Q$$

Syarat keseimbangan D = S

$$P = 30 - 4Q$$

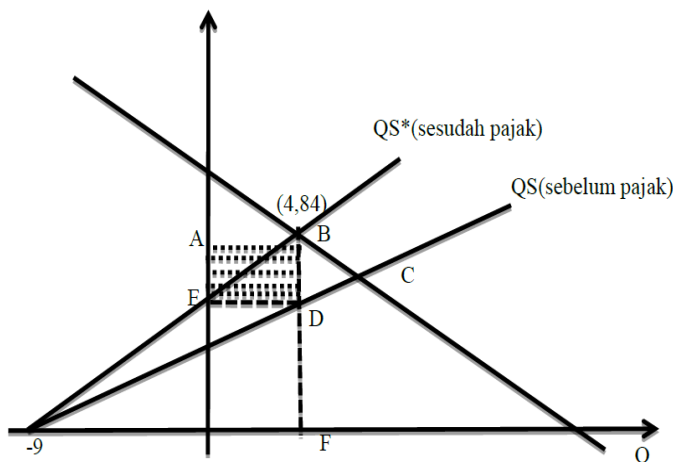
$$P = 6,90 + 0,77Q$$

$$O = 22,10 - 4,7Q$$

$$Q_E = \frac{23,10}{4,77} = 4,84$$

$$P = 30 - 4(4,84) = 10,64$$

c. Gambar sketsanya



Besarnya pajak yang diterima pemerintah = ABCE

$$Q_E = (4,84) \text{ jadi } DF = 6 + \frac{2}{3} = (4,84) = 9,23$$

$$DB = \text{tingkat pajak} = 15\% \times 9,23 = 1,40$$

$$\text{Luas ABDE} = BD \times AB = 4,84 \times 1,40 = 6,776$$

Jadi besarnya pajak yang diterima pemerintah adalah 6,776.

Contoh 4:

Diketahui: bahwa pendapatan nasional yang dapat dibelanjakan (*national disposable income*) sebesar 80 milyar rupiah terjadi dissaving (tabungan yang negatif atau kekurangan tabungan) sebesar 5 milyar rupiah. Apabila tingkat *dissposable* naik sebesar 50 milyar rupiah maka tingkat tabungan nasional sebesar 12,5 milyar. Kalau dianggap bahwa kurve konsumsi dan kurve tabungan adalah linier.

Pertanyaan:

- Tentukan fungsi konsumsi dan tabungan.
- Gambarkan fungsi tersebut.
- Berapakah besarnya konsumsi terendah.
- Berapakah besarnya tingkat nasional disposable income kalau tabungan = 0.

Jawab:

- Misal fungsi tabungan : $S = a + bY_d$, dengan S = tabungan dan Y_d = pendapatan yang dapat dibelanjakan.

$$Y_d = 80, -S = 5$$

$$-5 = a + b.80$$

$$-5 = a + 80b \dots\dots\dots (1)$$

$$\Delta Y = 50$$

$$\Delta S = 12,5$$

$$b = \frac{\Delta S}{\Delta Y} = \frac{12,5}{50} = 0,25$$

Dimasukan ke persamaan (1) menjadi:

$$-5 = a + 80b \quad (0,25) = a + 20$$

$$a = -25$$

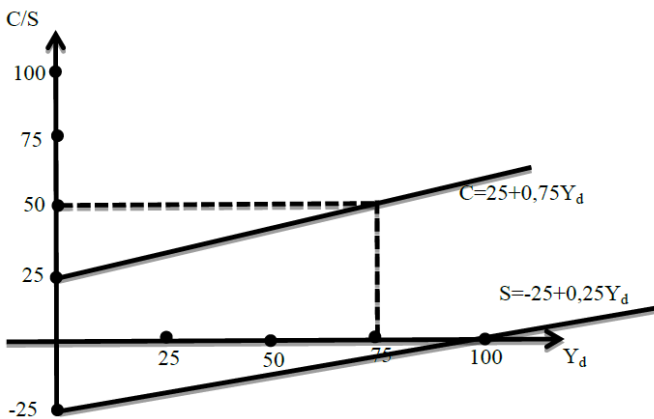
Fungsi tabungan : $S = -25 + 0,25Y_d$

Fungsi konsumsi : $C = Y - S = Y - (-25 + 0,25Y_d)$

$$C = 25 + 0,75Y_d$$

b. Tabel

Y_d	S	C
0	-25	25
100	5	100



- c. Besarnya konsumsi terendah = 25 milyar, yaitu konsumsi pada saat $Y=0$
- d. $S = 0 \rightarrow 0 = -25 + 0,25Y_d \rightarrow Y_d = 100$
Pendapatan yang dapat dibelanjakan = 100 milyar.

Contoh 5:

Diketahui: fungsi tabungan $S = 1/2Y - 100$ dan investasi $I = 200$.

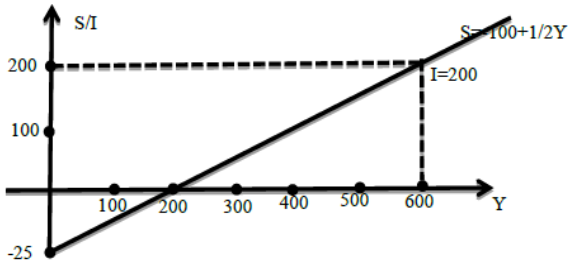
Pertanyaan:

- a. Tentukan tingkat pendapatan keseimbangan jika $S = I$.
- b. Gambarkan fungsifungsi tersebut.

Jawab:

$$S = I, 1/2Y - 100 = 200$$

$$1/2Y = 300 \rightarrow 600$$



Contoh 6:

Diketahui: $C = 40 + 0,80Y_d$; $I = 72$; $T_x = 0,10Y$

Pertanyaan:

- Berapa tingkat pendapatan nasional dalam keseimbangan
- Jika naik menjadi 86, berapakah tingkat, pendapatan nasional dan konsumsi masyarakat.

Jawab:

$$C = 40 + 0,80(Y - 0,10Y) = 40 + 0,80(0,9Y)$$

$$C = 40 + 0,72Y$$

$$S = Y - C = Y - 40 - 0,72Y = -40 + 0,28Y$$

$$I = 72$$

a. $S = I$

$$-40 + 0,28Y + 72 \rightarrow 0,28Y = 112$$

$$Y = 400$$

b. $I_{\text{baru}} = 86$

$$-40 + 0,28Y + 86 \rightarrow 0,28Y = 126$$

$$Y_{\text{baru}} = 450$$

Contoh 7:

Pendapatan full employment ditentukan sebesar 600, tingkat konsumsi masyarakat $C = 10 + 0,2Y_d$, Investasi = 60 pengeluaran pemerintah = 35 dan penerimaan pemerintah dari pajak $T_x = 5 + 0,2Y_d$.

Pertanyaan:

- Berapa tingkat pendapatan nasional keseimbangan.

- b. Berapa tingkat konsumsi, investasi dan pajak pada tingkat pendapatan tersebut.
- c. Selidikilah pada tingkat pendapatan tersebut perekonomian mengalami inflationary atau deflationary gap.

Jawab:

$$\begin{aligned} C &= 10 + 0,90Y_d = 10 + 0,90(Y - T_x) \\ &= 10 + 0,90(Y - 5 - 0,1Y) = 10 + 0,90(-5 + 0,90Y) \\ &= 10 - 4,5 + 0,81Y \quad (\text{pada keseimbangan}) \end{aligned}$$

- a. $Y = C + I + G$

$$\begin{aligned} &= 5,5 + 0,81Y + 60 + 35 \\ &= 100,5 + 0,81Y \quad 0,19Y = 528,95 \end{aligned}$$
- b. $C = 5,5 + 0,81(528,95) = 5,5 + 428,4495$

$$\begin{aligned} C &= 433,9495 \\ I &= 60, T_x = 5 + 0,10(528,95) \\ &= 5 + 52,895 \\ T_x &= 57,985 \end{aligned}$$

- c. $Y_{\text{full employment}} = 600$; $Y_{\text{keseimbangan}} = 528,95$.
 $Y_{\text{full employment}} > Y_{\text{keseimbangan}}$, jadi perekonomian mengalami deflationary gap.

Contoh 8:

Diketahui: suatu perusahaan mendapat laba sebesar Rp 500,00 dari penjualan sebanyak 700 unit tetapi harus mengeluarkan biaya tetap Rp 2.000,00; harga penjualan per unit adalah sebesar Rp 20,00.

Pertanyaan:

- a. Carilah fungsi ongkos, fungsi pendapatan total dan penjualan pada keadaan BEP.
- b. Manager berpendapat bahwa keuntungan dapat diperbesar apabila harganya dinaikkan Rp 5,00. Benarkah pendapat itu bila penjualan berkurang 150 unit? Berapa besarnya tambahan laba atau rugi tersebut?

Jawab:

- a. Pada penjualan sebanyak 700 unit terdapat laba Rp 500,00

$$TE = P.Q = P.700$$

$$\text{Harga/unit} = 20,00 \rightarrow TR = 20.700 = 14.000.$$

$$\text{Profit (laba)} : \pi = TR - TC$$

$$500 = 14.000 - TC \rightarrow TC = 13.500$$

Padahal diketahui, biaya tetap (FC) = Rp 2.000,00 $TC = FC + VC$
 $13.500 = 2.000 + VC \rightarrow VC = 11.500$ (pada $Q = 700$).

Ongkos variable per unit:

$$\frac{VC}{Q} = \frac{11.500}{700} = 16,43$$

Fungsi total Cost

$$TC = 2000 + 16,43Q$$

$$Q \text{ & } TR = 20,0 \text{ BEP} = TR = TC$$

$$20Q = 2000 + 16,43Q$$

$$3,57Q = 2000$$

$$Q = 560,22$$

- b. P naik dari Rp 20,00 menjadi Rp 25,00 Q turun dari 700 unit menjadi 550 unit $TR = P.Q$ (fungsi TR baru) $TR = 25.Q = 25(550) = 13.750$

$$TC = 2000 + 16,43(550) = 11.036,5$$

$$\text{Laba: } \pi = TR - TC = 2.713,5 \text{ (laba baru)}$$

Jadi terdapat kenaikan laba (π)

$$\pi_{baru} = 2.713,50$$

$$\pi_{lama} = 500$$

$$\text{Kenaikan laba } (\Delta\pi) = \text{Rp } 2.213,50$$

Contoh 9:

Diketahui: Fungsi permintaan barang X oleh perusahaan $P = 5 - 3Q$, biaya rata-rata untuk memproduksi barang tersebut besarnya = $(5/Q) + 3$.

Pertanyaan:

- Gambar kurve TR dan TC
- Break Even Point (BEP) terjadi pada tingkat produksi dan harga berapa

Jawab:

$$P = 15 - 3Q$$

$$TR = P \cdot Q = (15 - 3Q) \cdot Q = 15Q - 3Q^2$$

$$AC = \frac{5}{Q} + 3$$

$$T = AC = \left(\frac{5}{Q} + 3\right) Q = 5 + 3Q$$

a. $TR = 15Q - 3Q^2$

Titik potong dengan sumbu Q, terjadi bila $TR = 0$

$$0 = 15Q - 3Q^2$$

$$-3Q(-Q - 5) = 0$$

$$Q_1 = 5, Q_2 = 0$$

Titik potong dengan sumbu TR, terjadi bila $Q = 0$

$$TR = 15(0) - 3(0)^2 = 0$$

Titik puncak A adalah:

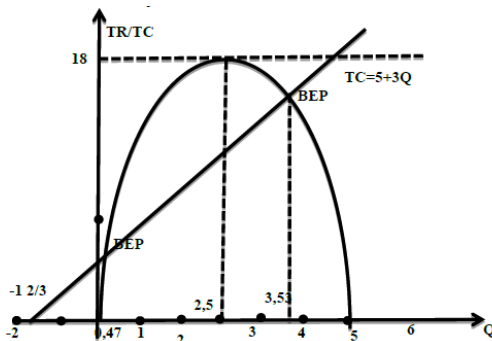
$$A\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$$

$$A\left(2\frac{1}{2}, 18\frac{3}{4}\right)$$

$$TC = 5 + 3Q$$

Q	TC
0	5
$-1(2/3)$	0

Gambar sketsanya:



BEP terjadi bila $TR = TC$

$$15Q - 3Q^2 = 5 + 3Q \leftrightarrow 0 = 5 - 12Q + 3Q^2$$

$$Q_{12} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 60}}{6} = \frac{12 + 9,17}{6}$$

$$Q_1 = 3,53 \quad Q_2 = 0,47$$

$$P = 15 - 3Q^2 \rightarrow P_1 = 15 - 3(3,53) = 4,41$$

$$P_2 = 15 - 3(0,47) = 13,59$$

2. Rangkuman

Fungsi non-linier merupakan bagian yang penting dalam matematika untuk ekonomi, karena pada umumnya fungsi-fungsi yang menghubungkan variabel-variabel ekonomi bentuknya tidak linier.

Banyak masalah dalam ilmu ekonomi yang menggunakan fungsi non-linier sebagai model, khususnya persamaan-persamaan kuadrat.

Persamaan derajat dua: Bentuk umum, persamaan derajat dua dalam x dan y adalah antara lain:

1. $y = ax^2$; $x = ay^2$; $y = ax^2 + bx + c$; $x = py^2 + qy + r$ (parabola)

2. $x^2 + y^2 = r^2$ (Lingkaran).

3. $\frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} = 1$ (Ellips)

4. $\frac{x}{a^2} - \frac{y}{b^2} = 1$ (Hiperbola)

Pada umumnya apa yang dicantumkan pada penggunaan fungsi linier dalam ekonomi juga berlaku dalam fungsi non linier atau fungsi kuadrat. Misalnya:

1. Fungsi Permintaan : $Q = -P^2 + 2P - 10$

2. Fungsi Total Revenue : $TR = 20Q - Q^2$

3. Fungsi Marginal Cost : $MC = 20 + 4Q + Q^2$

3. Soal Latihan

Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !

- 1) Terdapat persamaan kuadrat, $y = x^2 + 6x + 9$, gambarkan kurva parabolanya !
- 2) Terdapat persamaan kuadrat, $y = -3x^2 - 10x + 8$, gambarkan kurva parabolanya !
- 3) Terdapat persamaan kuadrat, $x = y^2 - 3y - 10$, gambarkan kurva parabolanya !
- 4) Jika fungsi permintaan $Q = 64 - 8P - 2P^2$, gambarkan fungsi permintaannya
- 5) Jika fungsi permintaan $Pd = 25 - Q^2$, gambarkan kurva permintaannya !
- 6) Jika fungsi permintaan $Qd = 64 - P^2$, gambarkan kurva permintaannya !
- 7) Jika fungsi penawaran $Q = P^2 + 12P + 32$, gambarkan fungsi penawarannya
- 8) Jika fungsi penawaran $Ps = Q^2 + 9Q + 18$, gambarkan kurva penawarannya !
- 9) Jika fungsi penawaran $Qs = 2P^2 - 9P + 9$, gambarkan kurva penawarannya !
- 10) Terdapat fungsi permintaan $Qd = 10 - 3P$, tentukan :
 - a. Penerimaan total maksimum
 - b. Gambar kurva permintaan dan penerimaan total dalam satu bidang cartecius

DIFERENSIAL FUNGSI SEDERHANA DAN PENERAPAN DALAM EKONOMI

1. Penyajian Materi

Diferensial fungsi sederhana akan membahas mengenai tingkat perubahan pada fungsi tertentu dengan perubahan kecil. Dalam hal ini adalah variabel bebas mengenai fungsi-fungsi yang masih berkaitan. Suatu diferensial menjadi tempat kedudukan-kedudukan yang khusus dari fungsi-fungsi layaknya suatu titik maksimum, minimum dan titik belok, apabila memang ada. Konsep diferensial fungsi ini menjadi salah satu analisis dalam penerapan ekonomi dan bisnis dalam menentukan tingkat maksimum maupun minimum.

Suatu diferensial pada dasarnya adalah mengenai fungsi dalam variabel bebas dan bentuk persamaannya. Proses dari penurunan suatu fungsi merupakan penentuan dari limit suatu koefisien diferensiasi dengan menambahkan variabel bebas yang sangat kecil, bahkan mendekati nilai 0. Jadi bisa disimpulkan bahwa suatu diferensial adalah sebuah tingkatan perubahan pada fungsi tertentu karena adanya perubahan-perubahan pada variabel bebas dari suatu fungsi tersebut.

Contoh kasus yang nyata dalam penerapan diferensial fungsi adalah jika ada bukit es di gambar sebagai bentuk dua dimensi atau dua bidang, dengan sudut pandang tegak lurus ke depan, serta papan ski adalah sebagai garis lurusnya. Kemudian posisi tegak pemain ski terhadap papannya adalah bentuk garis yang normal, garis singgung tersebut tegak lurus dengan suatu garis

normal. Maka persamaan garis singgung disini merupakan permasalahan mengenai diferensial. Limit fungsi yang dipelajari pada bab sebelumnya, akan dikembangkan menjadi pembahasan diferensial fungsi.

A. Diferensial fungsi sederhana

Jika diketahui suatu fungsi $y = f(x)$ kemudian ada tambahan variabel bebas dengan x sebesar nilai Δx (baca: “delta x ”), sehingga bentuk umum persamaannya dapat dituliskan menjadi:

$$\begin{aligned}y &= f(x) \\y + \Delta y &= f(x + \Delta x) \\ \Delta y &= f(x + \Delta x) - y \\ \Delta y &= f(x + \Delta x) - f(x)\end{aligned}$$

Penjelasannya adalah jika Δx adalah tambahan pada x , dan jika Δy merupakan tambahan pada y maka berkenaan tersebut berarti adanya tambahan pada variabel x . Apabila Δy timbul akibat adanya unsur Δx , maka solusi permasalahannya adalah ruas kiri dan kanan dari persamaan terakhir di atas keduanya dibagi dengan Δx , sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Jika bentuk dari $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ini dinamakan dengan suatu hasil bagi pada perbedaan atau koefisien diferensi (*difference quotient*). Hal ini berarti menggantikan tingkat perubahan rata-rata pada variabel terikat pada y dengan variabel bebas pada x .

Contoh 1:

Hitunglah diferensial dari fungsi $y = 3x^2 + x$

Penyelesaian :

$$y = 3x^2 + x$$

$$\begin{aligned}
y + \Delta y &= 3(x + \Delta x)^2 - (x + \Delta x) \\
y + \Delta y &= 3 \{x^2 + 2x(\Delta x) + (\Delta x)^2\} - x - \Delta x \\
y + \Delta y &= 3x^2 + 6x(\Delta x) + 3(\Delta x)^2 - x - \Delta x \\
\Delta y &= 3x^2 + 6x(\Delta x) + 3(\Delta x)^2 - x - \Delta x - y \\
\Delta y &= 3x^2 + 6x(\Delta x) + 3(\Delta x)^2 - x - \Delta x - 3x^2 - x \\
\Delta y &= 6x(\Delta x) + 3(\Delta x)^2 - \Delta x \\
\frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{6x(\Delta x) + 3(\Delta x)^2 - \Delta x}{\Delta x} \\
&= 6x + 3\Delta x - 1
\end{aligned}$$

Dalam penurunan sebuah fungsi, ada yang dinamakan dengan proses diferensial yang pada intinya adalah bagaimana menentukan suatu limit tersebut. Pertambahan variabel sangat kecil atau mendekati nol dengan suatu koefisien diferensial. Biasanya dalam lingkungan kita, kita lebih mengenal kata turunan. Turunan adalah bentuk dari diferensial suatu fungsi sebagai hasil proses diferensiasi fungsi itu sendiri. Dengan demikian, apabila ada fungsi $y = f(x)$,

Maka kuosien diferensialnya menjadi :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Sehingga turunan fungsinya

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Contoh 2:

Apabila ada suatu persamaan $y = 3x^2 - x$

Maka penyelesaiannya yaitu $\Delta y / \Delta x = 6x + 3\Delta x - 1$

(periksa kembali contoh kuosien diferensi sebelumnya)

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{\Delta x \rightarrow 0} &= 6x + 3\Delta x - 1 \\
&= 6x + 3(0) - 1 \\
&= 6x - 1
\end{aligned}$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa turunannya adalah $6x - 1$.

Dalam menuliskan suatu bentuk turunan, suatu fungsi bisa dilakukan dengan banyak macam lambing, simbol atau notasi tertentu. Apabila fungsi umum adalah jika $y = f(x)$, maka dapat diturunkan menjadi notasi sebagai berikut :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \equiv y' \equiv f'(x) \equiv y_x \equiv f_x(x) \equiv \frac{y}{x} \equiv \frac{df(x)}{\Delta x}$$

Dimana semua cara dalam penulisannya mempunyai makna yang sama, yaitu melambangkan suatu turunan dari fungsi utamanya adalah $y = f(x)$ terhadap variabel x itu sendiri. Dengan nilai Δx yang sangat kecil.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \equiv y' \equiv f'(x) \equiv y_x \equiv f_x(x) \equiv \frac{y}{x} \equiv \frac{df(x)}{\Delta x} \equiv \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Dapat dikatakan bahwa suatu turunan sebuah fungsi saling berkaitan apabila kuosien diferensinya sendiri. Apabila diferensialnya adalah $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ dengan kata lain, sebuah lereng dari suatu kurva garis berdasarkan $y = f(x)$.

Berdasarkan berbagai jenis dari notasi suatu turunan fungsi tertentu, yang sering digunakan secara umum adalah bentuk dari fungsi turunan $\frac{dy}{dx}$.

B. Penerapan diferensial sederhana dalam ekonomi

Teori diferensial amat lazim diterapkan dalam konsep elastisitas, konsep nilai marjinal dan konsep optimasi. Berkaitan dengan konsep-konsep tersebut, pada sub-bab ini secara berurutan akan dibahas penerapan diferensial dalam penghitungan elastisitas, analisis marjinal dan analisis optimasi berbagai variabel ekonomi.

1) Elastisitas

Elastisitas dari suatu fungsi $y = f(x)$ berkenaan dengan x dapat didefinisikan sebagai:

$$\epsilon = \frac{\% \text{ Perubahan Var Dependent}}{\% \text{ Perubahan Var Independent}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\Delta y}{y}\right)}{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$* \frac{x}{y} = \frac{\partial y}{\partial x} * \frac{x}{y} = y' * \frac{x}{y}$$

Berarti bahwa elastisitas $y = f(x)$ merupakan limit dari rasio antara perubahan relatif dalam y terhadap perubahan relatif dalam x , untuk perubahan x yang sangat kecil atau mendekati nol, dengan kata lain elastisitas y terhadap x dapat juga dikatakan sebagai rasio antara persentase perubahan y terhadap persentase perubahan x .

a) Elastisitas Permintaan

Menunjukkan besarnya perubahan jumlah barang yang diminta disebabkan karena adanya perubahan harga. Jadi merupakan rasio antara persentase perubahan jumlah barang yang diminta terhadap persentase perubahan harga. Jika fungsi permintaan dinyatakan dengan $Q_d = f(p)$ maka elastisitas permintaannya :

$$\epsilon_d = \frac{\% \Delta Q_d}{\% \Delta P} = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\Delta Q_d}{Q_d}\right)}{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)} = \frac{\Delta Q_d}{\Delta P} * \frac{P}{Q_d} = \frac{\partial Q_d}{\partial P} * \frac{P}{Q_d}$$

$$= Q'_d * \frac{P}{Q_d}$$

Permintaan akan suatu barang dikatakan bersifat : *Elastis* apabila $|\epsilon_d| > 1$ yang artinya jika harga barang berubah sebesar persentase tertentu maka jumlah barang yang diminta akan berubah (secara berlawanan arah) dengan persentase yang lebih besar daripada persentase perubahan harganya.

Unitary elastis apabila $|\epsilon_d| = 1$ yang artinya jika harga barang berubah sebesar persentase tertentu maka jumlah barang yang diminta akan berubah (secara berlawanan arah) dengan persentase yang sama besar daripada persentase perubahan harganya.

Inelastis apabila $|\epsilon_d| > 1$ yang artinya jika harga barang berubah sebesar persentase tertentu maka jumlah barang yang diminta akan berubah (secara berlawanan arah) dengan persentase yang lebih kecil daripada persentase perubahan harganya.

Contoh:

Fungsi permintaan akan suatu barang ditunjukkan dengan persamaan $Q_d = 25 - 3P^2$. Tentukan elastisitas permintaan pada tingkat harga $P = 5$.

$$\epsilon_d = Q'_d * \frac{P}{Q_d}$$

$$Q_d = 25 - 3P^2 \rightarrow Q'_d = \frac{\partial Q_d}{\partial P} = -6P$$

$$\epsilon_d = Q'_d * \frac{P}{Q_d} = (-6P) * \frac{P}{25 - 3P^2}$$

$$\epsilon_d = (-6 * 5)' * \frac{5}{25 - 3 * 5^2} = 3 \rightarrow (Elastis)$$

$\epsilon_d = 3$ berarti bahwa apabila harga naik (turun) sebesar 1% maka jumlah barang yang diminta akan berkurang (bertambah) sebanyak 3%.

b) Elastisitas Penawaran

Menunjukkan besarnya perubahan jumlah barang yang ditawarkan disebabkan karena adanya perubahan harga. Jadi merupakan rasio antara persentase perubahan jumlah barang yang ditawarkan terhadap persentase perubahan harga. Jika fungsi penawaran dinyatakan $Q_s = f(P)$ maka elastisitas penawarannya :

$$\epsilon_s = \frac{\% \Delta Q_s}{\% \Delta P} = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{(\Delta Q_s / Q_s)}{(\Delta P / P)} = \frac{\Delta Q_s}{\Delta P} * \frac{P}{Q_s} = \frac{\partial Q_s}{\partial P} * \frac{P}{Q_s} = Q'_s * \frac{P}{Q_s}$$

Penawaran akan suatu barang dikatakan bersifat :

Elastis apabila $|\epsilon_s| > 1$ yang artinya jika harga barang berubah sebesar persentase tertentu maka jumlah barang yang ditawarkan akan berubah (secara searah) dengan persentase yang lebih besar daripada persentase perubahan harganya.

Unitary elastis apabila $|\epsilon_s| = 1$ yang artinya jika harga barang berubah sebesar persentase tertentu maka jumlah barang yang ditawarkan akan berubah (secara searah) dengan persentase yang sama besarnya daripada persentase perubahan harganya.

Inelastis apabila $|\epsilon_s| < 1$ yang artinya jika harga barang berubah sebesar persentase tertentu maka jumlah barang yang ditawarkan akan berubah (secara searah) dengan persentase yang lebih kecil daripada persentase perubahan harganya.

Contoh:

Fungsi penawaran akan suatu barang ditunjukkan dengan persamaan

$$Q_s = -200 + 7P^2$$

Tentukan elastisitas penawaran pada tingkat harga $P = 10$.

$$\epsilon_s = Q'_s * \frac{P}{Q_s}$$

$$Q_s = -200 + 7P^2 \rightarrow Q'_s = \frac{\partial Q_s}{\partial P} = 14P$$

$$\epsilon_s = Q'_s * \frac{P}{Q_s} = (14P) * \frac{P}{-200 + 7P^2}$$

$$\epsilon_s = (14 * 10) * \frac{10}{-200 + 7 * 10^2} = 2.8 \rightarrow (\text{Elastis})$$

$\epsilon_s = 2,8$ berarti bahwa apabila harga naik (turun) sebesar 1% maka jumlah barang yang ditawarkan akan bertambah (berkurang) sebanyak 2,8%.

c) Elastisitas Produksi

Menunjukkan besarnya perubahan jumlah keluaran (output) yang dihasilkan akibat adanya perubahan jumlah masukan (input) yang digunakan. Jadi merupakan rasio antara persentase perubahan jumlah keluaran terhadap persentase perubahan jumlah masukan. Jika fungsi produksi dinyatakan dengan $P_r = f(x)$, maka elastisitas produksinya:

$$\epsilon_p = \frac{\% \Delta P_r}{\% \Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\Delta P_r / P_r}{(\Delta x / x)} \right)}{\left(\frac{\Delta x}{x} \right)} = \frac{\Delta P_r}{\Delta x} * \frac{x}{P_r} = \frac{\partial P_r}{\partial x} * \frac{x}{P_r} = P'_r * \frac{x}{P_r}$$

Produksi akan suatu barang dikatakan bersifat :

Elastis apabila $|\epsilon_p| > 1$ yang artinya jika jumlah input berubah sebesar persentase tertentu maka jumlah output akan berubah (secara searah) dengan persentase yang lebih besar daripada persentase perubahan inputnya.

Unitary elastis apabila $|\epsilon_p| = 1$ yang artinya jumlah input berubah sebesar persentase tertentu maka jumlah output akan berubah (secara searah) dengan persentase yang sama besarnya daripada persentase perubahan inputnya.

Inelastis apabila $|\epsilon_p| < 1$ yang artinya jika jumlah input berubah sebesar persentase tertentu maka jumlah output akan berubah (secara searah) dengan persentase yang lebih kecil daripada persentase perubahan inputnya.

Contoh:

Fungsi produksi akan suatu barang ditunjukkan dengan persamaan

$$P = 6x^2 - x^3$$

Tentukan elastisitas produksi pada tingkat penggunaan faktor produksi sebanyak 3 unit.

$$\epsilon_p = P_r' \cdot \frac{x}{P_r}$$

$$P_r = 6x^2 - x^3 \rightarrow P_r' = \frac{\partial P_r}{\partial x} = 12x - 3x^2$$

$$\epsilon_p = P_r' \cdot \frac{x}{P_r} = (12x - 3x^2) \cdot \frac{x}{6x^2 - x^3}$$

$$\epsilon_p = (12 \cdot 3 - 3 \cdot 3^2) \cdot \frac{3}{6 \cdot 3^2 - 3^3} = 1 \rightarrow (\text{Unitary Elastic})$$

$\epsilon_p = 1$ berarti jika jumlah input dinaikkan (diturunkan) sebesar 1 % maka jumlah output akan bertambah (berkurang) sebesar 1 %.

2) Marginal Analysis

a) Biaya Marjinal (*Marginal Cost*)

Biaya marjinal (Maginal Cost = MC) ialah biaya tambahan yang dikeluarkan untuk menghasilkan suatu unit tambahan produk. Secara matematik fungsi biaya marjinal merupakan turunan pertama dari fungsi biaya total. Jika fungsi biaya total dinyatakan dengan $C = f(Q)$ dimana C adalah biaya total dan Q melambangkan jumlah produk, maka biaya marjinalnya :

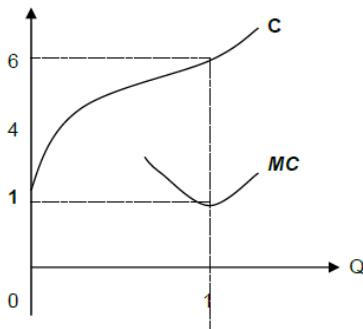
$$MC = C' = \frac{\partial C}{\partial Q}$$

Contoh:

Biaya total : $C = f(Q) = Q^3 - 3Q^2 + 4Q + 4$

Biaya Marjinal : $MC = C' = dC/dQ = 3Q^2 - 6Q + 4$. Pada umumnya fungsi biaya total yang non linear berbentuk fungsi kubik sehingga fungsi biaya marjinalnya berbentuk fungsi kuadrat.

C , MC



$$\begin{aligned}
 C &= Q^3 - 3Q^2 + 4Q + 4 \\
 MC &= C' = 3Q^2 - 6Q + 4 \\
 (MC)' &= C'' = 6Q - 6 \\
 MC \text{ minimum jika } (MC)' &= 0 \\
 (MC)' = 0 \rightarrow 6Q - 6 &= 0 \rightarrow Q = 1 \\
 \text{Pada } Q = 1 \rightarrow MC &= 3(1)^2 - 6(1) + 4 = 1 \\
 C &= 1^3 - 3(1)^2 + 4(1) + 4 = 6
 \end{aligned}$$

b) **Penerimaan Marjinal (*Marginal Revenue*)**

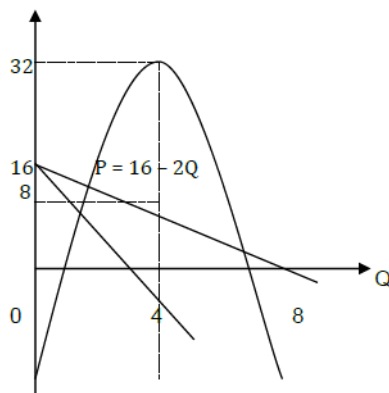
Adalah penerimaan tambahan yang diperoleh berkenaan bertambahnya satu unit keluaran yang diproduksi atau terjual. Secara matematik fungsi penerimaan marjinal merupakan turunan pertama dari fungsi penerimaan total. Jika fungsi penerimaan total dinyatakan dengan $R = f(Q)$ dimana R adalah penerimaan total dan Q melambangkan jumlah keluaran, maka penerimaan marjinalnya :

$$MR = R' = \frac{\partial R}{\partial Q}$$

Contoh:

Andaikan fungsi permintaan akan suatu barang ditunjukkan oleh $P = 16 - 2Q$, maka P ,

R , MR



$$\begin{aligned}
 R &= 16Q - 2Q^2 \\
 \text{Penerimaan total :} \\
 R &= P \cdot Q = f(Q) = 16Q - 2Q^2 \\
 \text{Penerimaan marjinal :} \\
 MR &= R' = 16 - 4Q \\
 \text{Pada } MR = 0, Q &= 4 \\
 P &= 16 - 2(4) = 8 \\
 R &= 16(4) - 2(4)^2 = 32
 \end{aligned}$$

c) Utilitas Marjinal (*Marginal Utility*)

Adalah utilitas tambahan yang diperoleh konsumen berkenaan bertambahnya satu unit barang yang dikonsumsi. Secara matematik fungsi utilitas marjinal merupakan turunan pertama dari fungsi utilitas total. Jika fungsi utilitas total dinyatakan dengan $U = f(Q)$ dimana U adalah utilitas total dan Q melambangkan jumlah barang yang dikonsumsi, maka utilitas marjinalnya :

$$MU = U' = \frac{\partial U}{\partial Q}$$

Contoh:

$$U = f(Q) = 90Q - 5Q^2$$

$$MU = U' = 90 - 10Q$$

U maksimum pada $MU = 0$

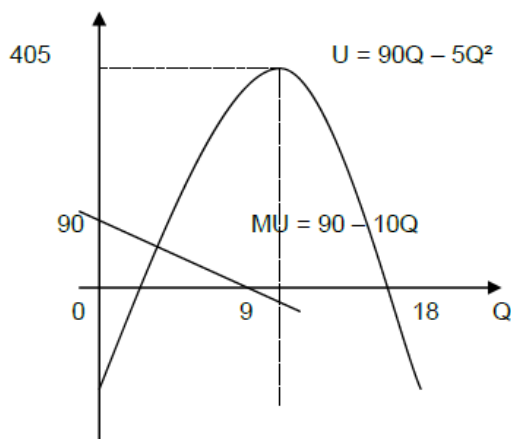
$$MU = 0; Q = 9$$

U, MU

$$U \text{ maks} = 90(9) - 5(9)^2$$

$$= 810 - 405$$

$$= 405$$



d) Produk Marjinal (*Marginal Product*)

Adalah produk tambahan yang dihasilkan dari satu unit tambahan faktor produksi yang digunakan. Secara matematik fungsi produk marjial merupakan turunan pertama dari fungsi produk total. Jika fungsi produk total dinyatakan dengan $Pr = f(x)$ dimana Pr adalah produk total dan X melambangkan jumlah masukan, maka produk marjinalnya.

$$MP_r = P'_r = \frac{\partial P_r}{\partial x}$$

Contoh :

Produksi total = $Pr = f(x) = 9x^2 - x^3$

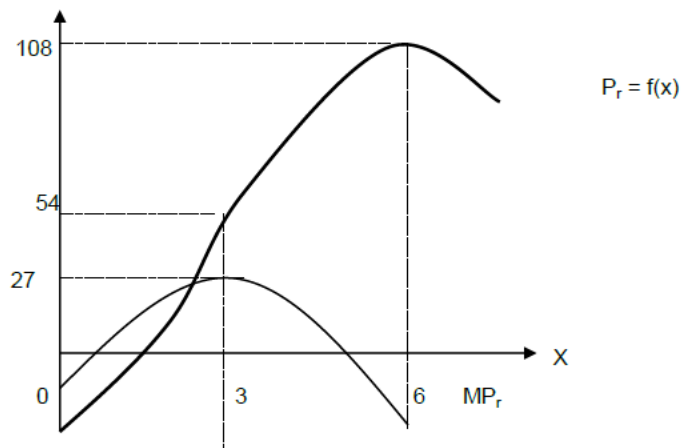
Produk marjinal = $MPr = Pr' = 18x - 3x^2$

Pr maksimum pada $Pr' = 0$ yakni pada $X = 6$ dengan Pr maks + 108.

Pr berada pada titik belok dan MPr maks pada $Pr'' = (MPr)' = 0$;

Yakni pada $X = 3$

Pr, MPr



2. Rangkuman

Suatu diferensial pada dasarnya adalah mengenai fungsi dalam variabel bebas dan bentuk persamaannya. Proses dari penurunan suatu fungsi merupakan penentuan dari limit suatu koefisien diferensiasi dengan menambahkan variabel bebas yang sangat kecil, bahkan mendekati nilai 0.

Teori diferensial amat lazim diterapkan dalam konsep elastisitas, konsep nilai marjinal dan konsep optimasi. Berkaitan dengan konsep-konsep tersebut, dalam bidang ekonomi penerapan diferensial sebagai penghitungan elastisitas, analisis marjinal dan analisis optimasi berbagai variabel ekonomi.

Batas nilai untuk variabel x dan y harus dicari sehingga dapat diketahui selang untuk variabel x dan y yang menyebabkan titik (x,y) mempunyai koordinat bilangan riil. Suatu kurva perlu diselidiki apakah mempunyai garis asimtot. Garis $y = k$ adalah asimtot horisontal kurva $y = f(x)$ bila $y \rightarrow k$ untuk $x \rightarrow \infty$. Garis $x = h$ adalah asimtot vertikal kurva $y = f(x)$ bila $x \rightarrow h$ untuk $y \rightarrow \infty$. Apabila $f(x,y) = g(x,y) \cdot h(x,y) = 0$, maka grafik $f(x,y)$ terdiri dari dua grafik yaitu $g(x,y)$ dan $h(x,y) = 0$.

3. Soal Latihan

- 1) Diketahui fungsi permintaan suatu barang $P=16-2Q$ dengan Q jumlah barang (unit) dan P harga dalam jutaan rupiah. Berapakah besarnya penerimaan maksimum ?
- 2) Biaya total $(TC) = g(Q) = Q^3 - 3Q^2 + 1.500Q + 400.000$, dengan Q jumlah produk (ratusan unit) dan TC dalam rupiah. Pada tingkat produksi berapakah biaya marjinal minimum? Berapa besarnya biaya marjinal minimum tersebut?
- 3) Diketahui fungsi biaya total $TC = Q^2 - 8Q + 100$ dengan Q unit produk dan TC dalam ratusan ribu.
 - a. Tentukan jumlah produksi agar biaya minimal
 - b. Tentukan fungsi biaya rata-rata dan besarnya biaya rata-rata (AC) .

- c. Tentukan biaya marginal dan biaya rata-rata minimum.
- 4) Diketahui fungsi permintaan suatu barang $P_d = 1000 - 2.5Q$ dan fungsi biaya total $TC = Q^3 - 70Q^2 + 1600Q + 2000$, dengan P_d harga dan Q unit produk. Tentukan
 - a. Jumlah produksi agar biaya minimum;
 - b. Biaya rata-rata minimum dan besarnya biaya rata-rata.
 - c. Jumlah produksi agar keuntungan maksimum
 - d. Besarnya keuntungan maksimum
- 5) Tentukan nilai elastisitas dan jenis elastisitasnya dari persamaan berikut ini
 - a. $P_d = 50 - 2Q$
 - b. $P_s = 5Q + 200$
 - c. $Q_d = 30 - 3P$

Daftar Pustaka

- Assauri, S. 2018. Matematika Ekonomi. Depok: Rajawali Press.
- Baldani, Jeffrey, James Bradfield and Robert Turner. (1996). *Mathematical Economics*, The Dryden Press, Harcourt Brace College Publisher.
- Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis. 3th* . New. York : John Wiley and Sons.
- Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung.
- Dumairy. 2012. A Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi. Yogyakarta: BFE.
- Haeussler, Ernest F. and Richard S. Paul. (1996). *Introductory Mathematical Analysis for Business Economics, and The Life and Social Sciences*, Eighth Edition, Prentice Hall International Inc.
- Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro.
- Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka.
- Hoy, Michael, John Livernois, Chris McKenna, Ray Rees and Thanasis Stengos. (1996). *Mathematics for Economics*, Addison-Wesley Publisher Limited.
- Jacques, Ian. (1995). *Mathematics for Economics and Business*, Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company.
- Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat.
- Nugroho, Yulianto dkk. (2014). *Matematika Ekonomi Dan Bisnis*. Jakarta: Rajawali Pers.
- Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*. Jogjakarta: Graha Ilmu.

- Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Silberberg, Eugene and Wing Suen. (2001). *The Structure of Economics a Mathematical Analysis*, Irwin McGraw-Hill.
- Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta : Total Media.
- Supangat, Andi, *Matematika untuk Ekonomi dan Bisnis*, Jakarta : Kencana, 2006.
- Wahyu Hidayat, *Matematika Ekonomi*, BPFE, Yogyakarta.

Profil Penulis



Ronnawan Juniatmoko, menempuh Pendidikan TK, SD, SMP hingga SMA di Kota Caruban, merupakan kota administratif Kabupaten Madiun. Menamatkan S1 tahun 2012 dan S2 tahun 2017 di Universitas Sebelas Maret Solo. Pengalaman kerja sebagai Dosen (2019-sekarang) di UIN Raden Mas Said Surakarta. Sebagai pengajar pada prodi Strata 1 Akuntansi Syariah mendapat manah untuk mengampu mata kuliah Matematika Ekonomi dan mata kuliah Statistika. Beberapa karya tulis telah diterbitkan pada jurnal tingkat nasional.

Email: ronnawan.juniatmoko@iain-surakarta.ac.id

Google Scholar ID: TU8Do14AAAAJ

SINTA ID: 6734221

Orchid ID: <https://orcid.org/0000-0002-5107-8313>

Buku dasas ini disusun untuk menunjang proses belajar mengajar mata kuliah Matematika Ekonomi pada program studi Strata 1 Akuntansi Syariah, selain buku pegangan yang lain yang dapat diakses dan digunakan oleh mahasiswa Akuntansi Syariah. Dalam buku dasas ini berisi tentang materi teori-teori dasar matematika ekonomi sekaligus terdapat aplikasi atau penerapan matematika dalam bidang ekonomi, bisnis dan keuangan. Banyak sekali permasalahan ekonomi yang dapat diselesaikan dengan pendekatan matematis, sehingga antara ilmu ekonomi dengan matematika sangat sesuai apabila digunakan dalam pemecahan masalah-masalah ekonomi. Buku dasas ini berisi tentang 1) Himpunan dan Sistem Bilangan; 2) Deret ukur dan deret hitung; 3) Penerapan deret ukur dan deret hitung dalam bidang ekonomi; 4) Fungsi Linier; 5) Penerapan fungsi linier dalam bidang ekonomi; 6) Fungsi Non Linier dan penerapannya dalam bidang ekonomi; 7) Diferensial fungsi sederhana dan penerapannya dalam bidang ekonomi. Contoh-contoh dan studi kasus dalam buku dasas ini akan banyak dijumpai pada kehidupan sehari-hari khususnya kasus atau masalah dalam bidang ekonomi sehingga akan mempermudah mahasiswa dalam memahami dan memecahkan kasus-kasus dalam bidang ekonomi, bisnis dan keuangan.



Ronnawan Juniati Moko, menempuh Pendidikan TK, SD, SMP hingga SMA di Kota Caruban, merupakan kota administratif Kabupaten Madiun. Menamatkan S1 tahun 2012 dan S2 tahun 2017 di Universitas Sebelas Maret Solo. Pengalaman kerja sebagai Dosen (2019-sekarang) di UIN Raden Mas Said Surakarta. Sebagai pengajar pada prodi Strata 1 Akuntansi Syariah mendapat manah untuk mengampu mata kuliah Matematika Ekonomi dan mata kuliah Statistika. Beberapa karya tulis telah diterbitkan pada jurnal tingkat nasional.

Email: ronnawan.juniati@moko@iain-surakarta.ac.id

Google Scholar ID: TU8Do14AAAAJ

SINTA ID: 6734221

Orchid ID: <https://orcid.org/0000-0002-5107-8313>



ISBN: 978-623-6666-32-6

